

الدرس 1.1 كثيرات الحدود و الدوال النسبية

Polynomials and Rational Functions

dxb

1. حل المتباينات الخطية
2. حل المتباينات ثنائية الطرف ، مركبة
3. حل متباينة تتضمن كسراً
4. حل متباينة تربيعية
5. حل متباينة تتضمن قيمة مطلقة

Solving a Linear Inequality**حل متباينات خطية****التمرين الأول أوجد حل المتباينة**

1) $3x + 2 < 8$

b *) $2x - 3 \geq 11$

almanahj.com/ae

2) $3 - 2x < 7$

b *) $-5x + 1 < -4x + 7$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$c *) \frac{2}{3}(x + 7) < \frac{1}{2}(2 - 3x)$$

حل متباينات ثنائية الطرف و مركبة

Solving a Two-Sided Inequality

$$3) 1 \leq 2 - 3x < 6$$

$$b *) -2 < 3x - 1 \leq 5$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$4) -2 < 2x - 3 \leq 5$$

$$b) 2 \geq x - 1 \text{ or } 2x - 8 \geq 6$$

almanahj.com/ae

$$c) 5 \geq x - 1 \text{ and } 2x - 4 > 2$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$5) \frac{x + 2}{x - 4} \geq 0$$

$$6) \frac{2x + 1}{x + 2} < 0$$

almanahj.com/ae

Solving a Quadratic Inequality

حل متباينات تربيعية

$$7) x^2 + 2x - 3 \geq 0$$

$$b *) x^2 - 5x < 14$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$8) x^2 - 5x - 6 < 0$$

$$b *) 2x + x^2 \geq 3$$

$$c *) x^2 + 2x + 15 \leq 0$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$d *) \frac{x + 3}{x^2 - 4} \leq 0$$

Solving an Inequality Containing an Absolute Value

حل متباينات قيمة مطلقة

$$9) |x + 5| < 2$$

$$b *) |2x - 8| \geq 6$$

almanahj.com/ae

$$|x + 5| < -2$$

$$|x + 5| \leq 0$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$10) |2x + 1| < 2$$

$$b *) |2x - 8| + 4 > 6$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Using Slope to Determine if Points Are Colinear

Using the Distance Formula

Finding the Slope of a Line

Equations of Lines

1. النقاط المستقيمة
2. المسافة بين النقطتين
3. نقطة المنتصف بينهما
4. ميل المستقيم
5. معادلة المستقيم المار بالنقطتين

التمرين الثاني: حدد فيما اذا كانت النقاط الثلاث التالية متسامتة (تقع على مستقيم واحد) أم لا ؟

determine if the points are colinear.

11) $(2, 1), (0, 2), (4, 0)$

12) $(3, 1), (4, 4), (5, 8)$

almanahj.com/ae

13) $(4, 1), (3, 2), (1, 3)$

14) $(1, 2), (2, 5), (4, 8)$

SAIF ALDEEN

D* إذا كانت النقاط الثلاث التالية $A(2, -5), B(5, k), C(3, -1)$ متسامتة أوجد قيمة k

SAIF ALDEEN

تكتب معادلة المستقيم بثلاث صيغ

صيغة الميل- نقطة:

صيغة الميل -المقطعالرأسي.....

الصيغة القياسية:

In exercises 15–18, find (a) the distance between the points,
(b) the slope of the line through the given points, and (c) an
equation of the line through the points.

التمرين الثالث: أوجد المسافة بين النقطتين و نقطة المنتصف بينهما و ميل المستقيم المار بهما ، و معادلة المستقيم المار بالنقطتين في كل مما يلي

15) (1,2) , (3,6)

b *) A(3, -5), B(-2,6)

almanahj.com/ae

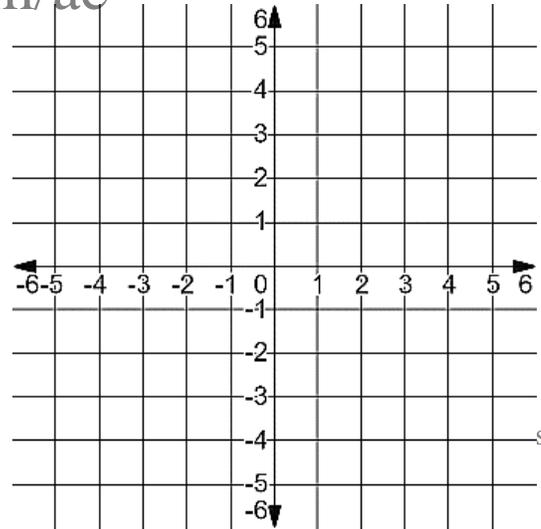
$$15) (1, -2), (-1, -3)$$

In exercises 19–22, find a second point on the line with slope m and point P , graph the line and find an equation of the line.

التمرين الرابع

اكتب معادلة المستقيم بدلالة المعطيات و مثله بيانيا

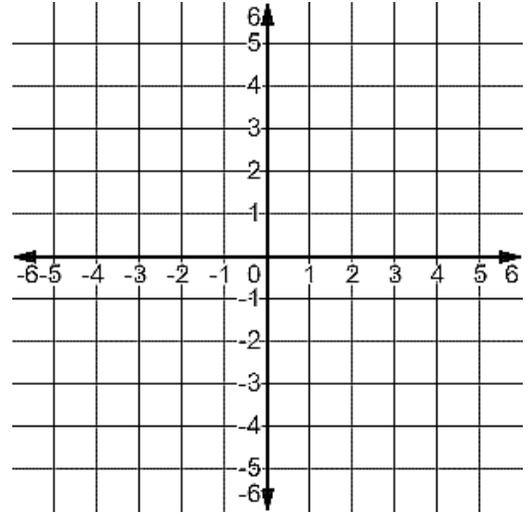
19) $m = 2$, $p(1,3)$ يمر بالنقطة almanahj.com/ae



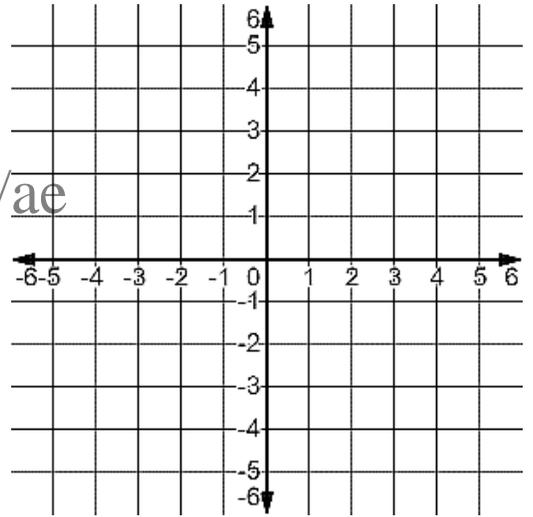
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

يمر بالنقطة $p(-1,1)$, $m = 0$ 20)



يمر بالنقطتين $(-2,1), (3,5)$ *) b

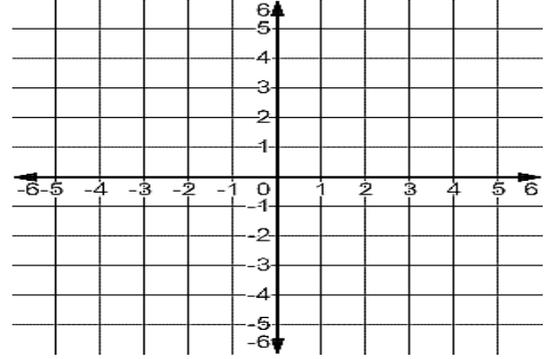


almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

ميله غير معرف ، و يمر بالنقطة $(-3, 2)$ $c *$



المستقيمات

1. المستقيمات المتوازية
2. المستقيمات المتعامدة

التمرين الخامس : حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك ثم حدد عدد حلول المعادلتين

In exercises 23–28, determine if the lines are parallel, perpendicular, or neither.

$$23) y = 3(x - 1) + 2 \text{ and } y = 3(x + 4) - 1$$

SAIF ALDEEN

$$b *) x + 2y = 1 \text{ and } 2x + 4y = 3$$

SAIF ALDEEN

$$24) y = 2(x - 3) + 1 \text{ and } y = 4(x - 3) + 1$$

$$25) y = -2(x + 1) - 1 \text{ and } y = \frac{1}{2}(x - 2) + 3$$

$$26) y = 2x - 1 \text{ and } y = -2x + 2$$

$$27) y = 3x + 1 \text{ and } y = -\frac{1}{3}x + 2$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$28) x + 2y = 1 \quad \text{and} \quad 2x + 4y = 3$$

$$b *) 3y + x = 2 \quad \text{and} \quad y = 3x + 1$$

almanahj.com/ae

$$c *) 2x - 3y = 4 \quad \text{and} \quad 6y - 4x = -8$$

$$d *) y = 3 \quad \text{and} \quad x = -1$$

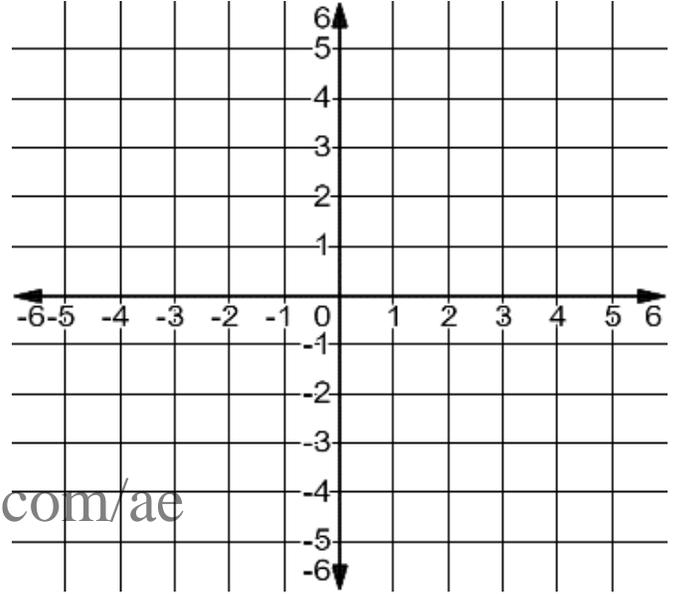
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

التمرين السادس : أوجد معادلة مستقيم يمر بالنقطة المعطاة إضافة إلى مستقيم موازاً و آخر عمودي يمر كل منهما بالنقطة المعطاة ، ثم مثل بيانياً

In exercises 29–32, find an equation of a line through the given point and (a) parallel to and (b) perpendicular to the given line.

29) $y = 2(x + 1) - 2$ at $(2,1)$

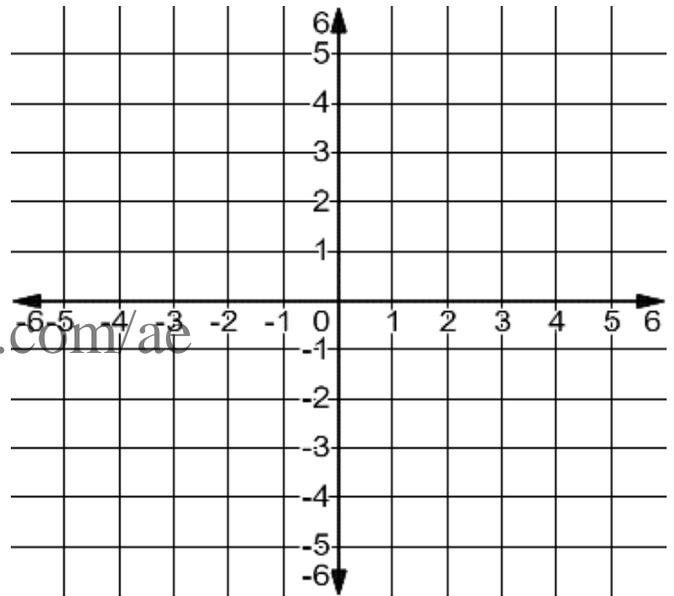


almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

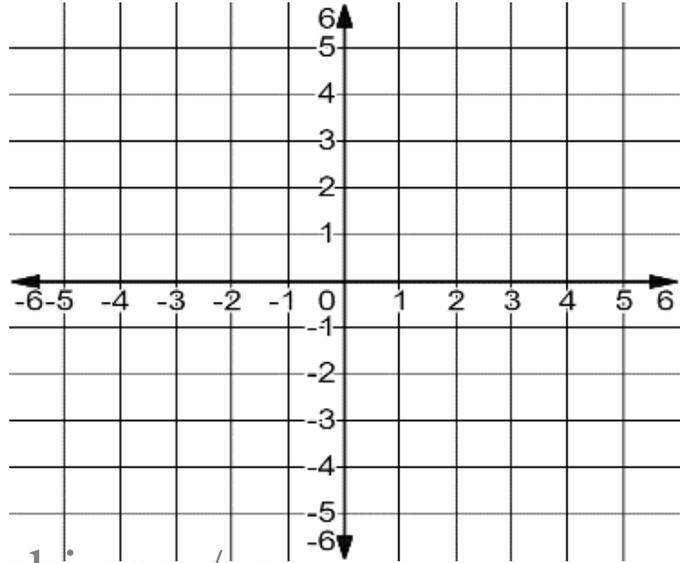
$$30) y = 3(x - 2) + 1 \text{ at } (0, 3)$$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$b *) x + 2y = -6 \quad \text{at } (-1, 3)$$

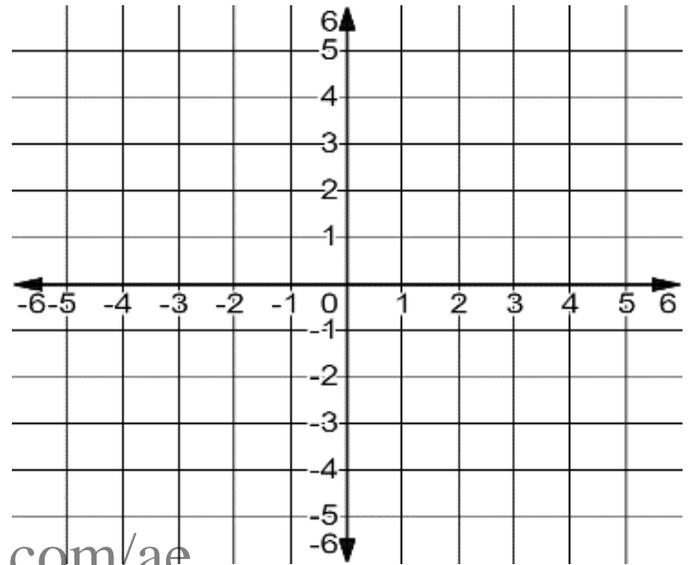


almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

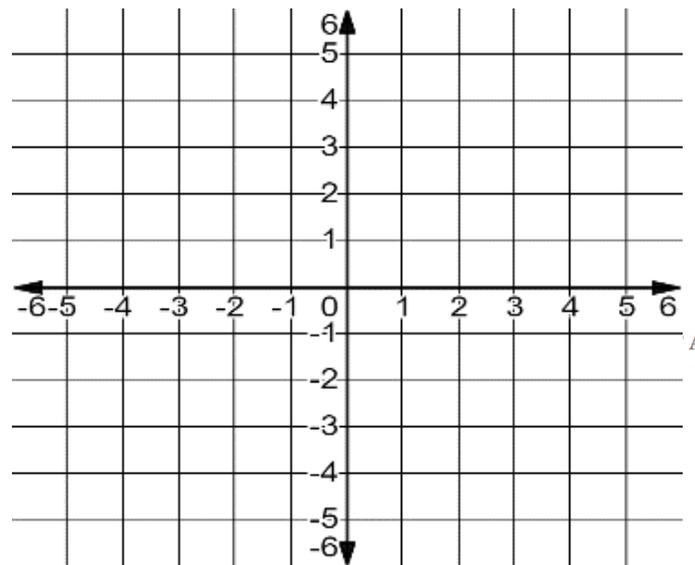
SAIF ALDEEN

$$31) y = 2x + 1 \text{ at } (3,1)$$



$$32) y = 1 \text{ at } (0, -1)$$

almanahj.com/ae



ALDEEN

SAIF ALDEEN

B* أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (2 ، -1) ، (3 ، 0) ، ثم أوجد معادلة المستقيم العمودي عليه و المار بالنقطة (-3,2)

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

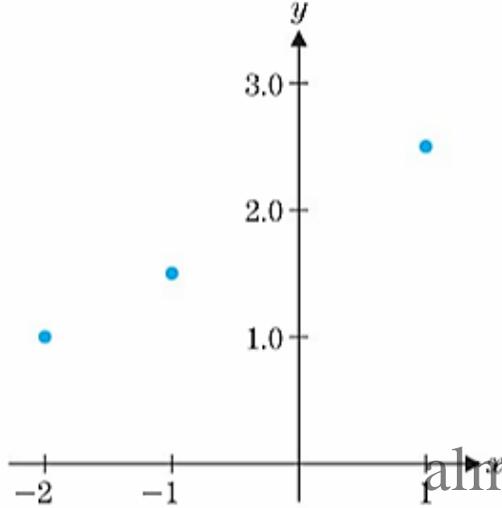
التمرين السابع :

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقاط المعطاة ، و احسب الاحداثي y للنقطة الواقعة على المستقيم و

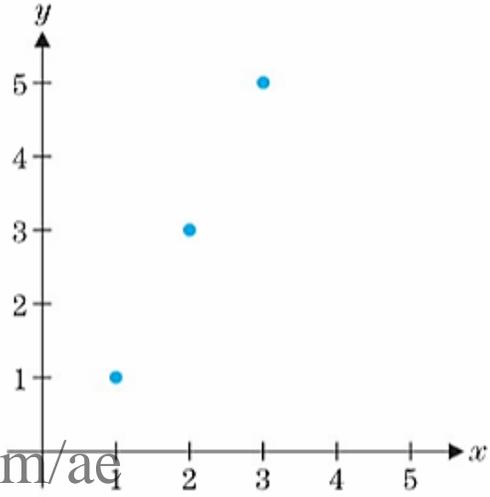
المقابلة لـ $x=4$

In exercises 33 and 34, find an equation of the line through the given points and compute the y -coordinate of the point on the line corresponding to $x = 4$.

33)



34)



SAIF ALDEEN

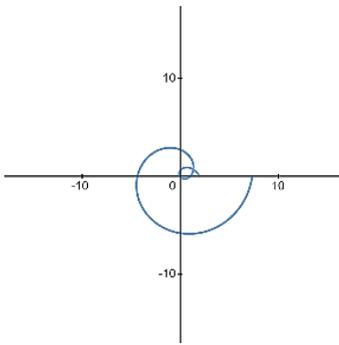
SAIF ALDEEN

1. نظرية اختبار الخط الرأسى
2. تحديد الدوال كثيرة الحدود و النسبية

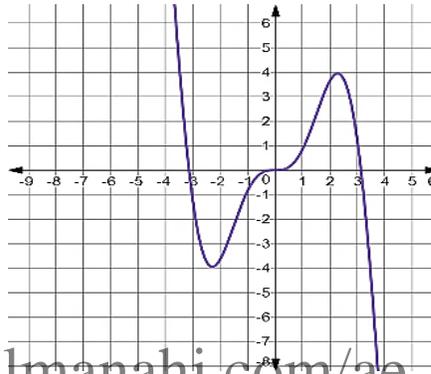
التمرين الثامن: استخدم اختبار المستقيم الرأسى لتحديد ما إذا كان المنحنى تمثيل بياني لدالة .

In exercises 35–38, use the vertical line test to determine whether the curve is the graph of a function.

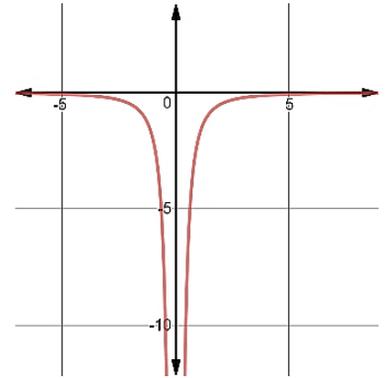
1)



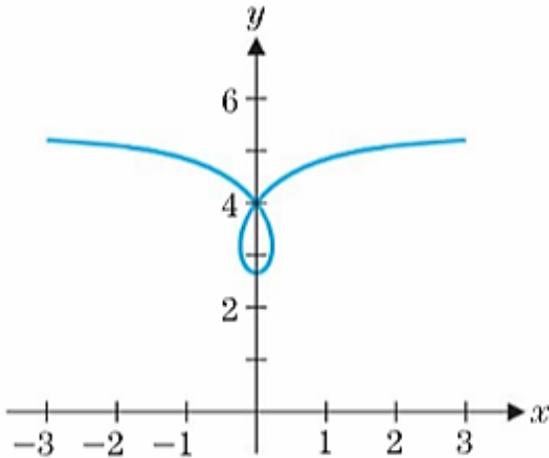
35)



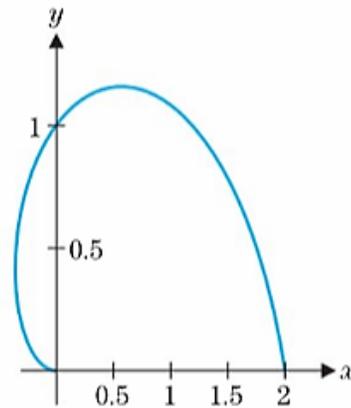
36)



37)



38)



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

التمرين التاسع: حدد ما إذا كانت الدالة المعطاة كثيرة حدود أو نسبية، أو كلاهما أو غير ذلك

In exercises 39–42, identify the given function as polynomial, rational, both or neither.

$$39) f(x) = x^4 - 4x + 5$$

$$d *) g(x) = x^{\frac{1}{2}} + 5x^2 - 3$$

$$40) d(x) = \frac{x^3 + 4x - 1}{x^4 - 1}$$

$$41) f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 1}$$

almanahj.com/ae

$$42) n(x) = \sqrt{x^2 + 2}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

ايجاد مجال الدالة

find the domain of the function.

التمرين العاشر: أوجد مجال كل من الدوال التالية :

$$1) f(x) = \sqrt{x + 2}$$

almanahj.com/ae

$$2) m(x) = \sqrt{-3x - 2}$$

$$3) g(x) = \sqrt[3]{2x - 6}$$

SAIF ALDEEN

$$4) r(x) = \sqrt[4]{3 - 8x}$$

SAIF ALDEEN

$$5) f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - x - 6}{x - 5}}$$

$$6) g(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{x - 5}$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$7) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$8) g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4}}$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$9) f(x) = \frac{7}{3x^2 + 13x - 10}$$

$$10) d(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4}$$

$$11) f(x) = \log (2x - 1)$$

almanahj.com/ae

$$12) g(x) = \ln \frac{2x - 6}{x + 5}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

43) $f(x) = \sqrt{x + 2}$

44) $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

45) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{x - 5}$

46) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{9 - x^2}}$

almanahj.com/ae

47) $f(x) = \frac{4}{x^2 - 1}$

48) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + x - 6}$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

find the indicated function values.

التمرين الحادي عشر : أوجد قيم الدالة المحددة

$$49) f(x) = x^2 - x - 1 \quad f(0) \quad , f(2) \quad , f(-3) \quad , f\left(\frac{1}{2}\right)$$

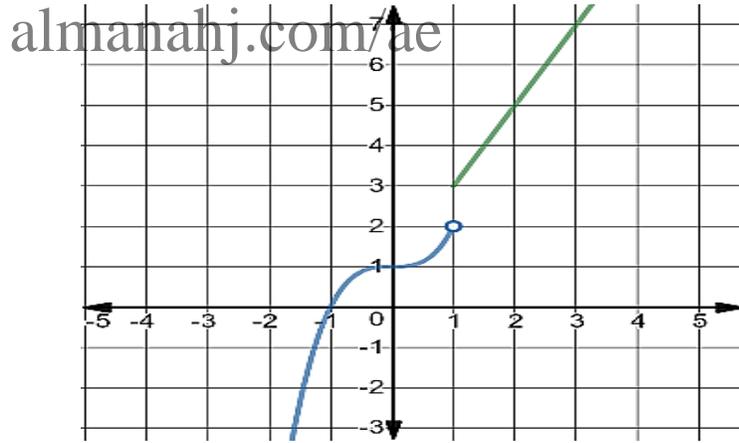
من التمثيل البياني أوجد كل من

$$b *) f(0) =$$

$$f(1) =$$

$$f(-1) =$$

$$f(3) =$$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

التمرين الثاني عشر: اذكر مجال معقول للمتغير المحدد

(51) يرغب ببيع قطعة حلوى جديدة ، x تمثل عدد قطع الحلوى المباعة في الشهر الأول

(52) ترغب ببناء مصف للسيارات فوق قطعة أرض بعدها $200' \times 200'$ x تمثل عرض المصنف بالأقدام

التمرين الثالث عشر: ناقش ما إذا كنت تعتقد أن y ستكون دالة لـ x

(53) y تمثل الدرجة التي تحصلتها في الامتحان ، x عدد ساعات دراستك .

almanahj.com/ae

(54) y احتمال الإصابة بسرطان الرئة ، x عدد السجائر المدخنة في اليوم .

SAIF ALDEEN

(56) y سرعة سقوط جسم ، x وزن الجسم .

SAIF ALDEEN

يمثل الشكل المجاور سرعة أحد الدراجين بالنسبة للزمن ، بالنسبة إلى الأجزاء المستوية (أفقية) من هذا التمثيل البياني ، ما الذي يحدث لسرعة الدراج؟

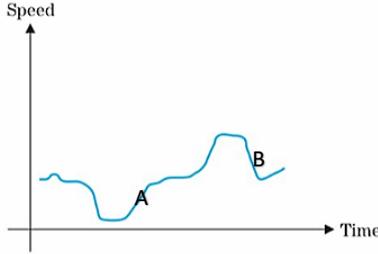


FIGURE A
Bicycle speed

ما الذي سيحدث لسرعة الدراج عندما يصعد الرسم البياني للأعلى؟

ما الذي سيحدث لسرعة الدراج عندما يهبط الرسم البياني للأسفل؟

اختر جزء المنحنى المقابل لصعود الدراج (A or B) فسر؟

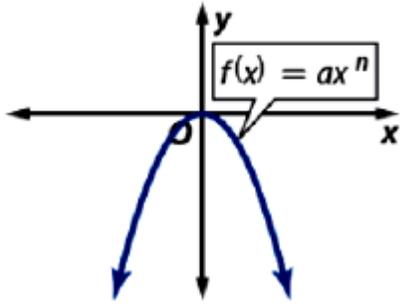
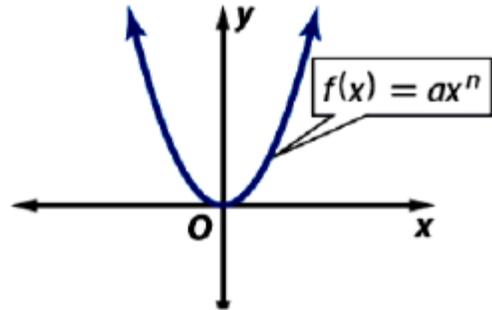
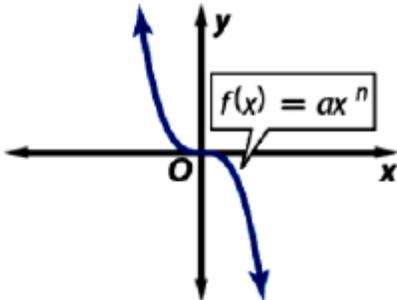
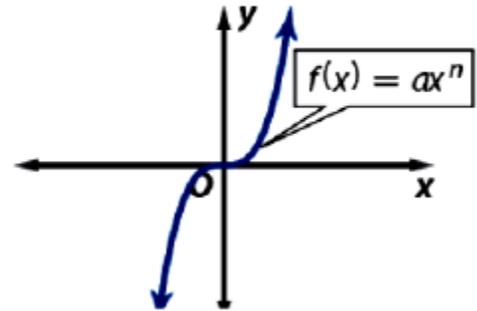
almanahj.com/ae

اختر جزء المنحنى المقابل لهبوط الدراج لأسفل (A or B) . فسر؟

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

تحليل الدوال كثيرة الحدود جبرياً و بيانياً

 n عدد زوجي، a سالب n عدد زوجي، a موجب n عدد فردي، a سالب n عدد فردي، a موجب

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

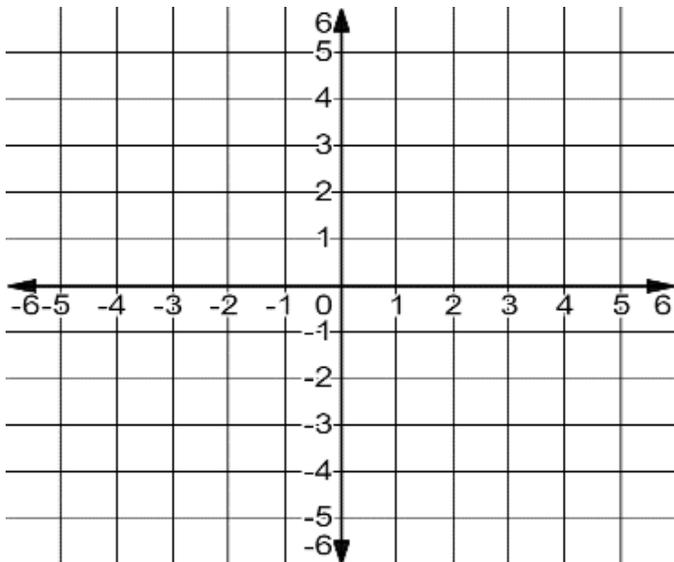
$$59) y = x^2 - 2x - 8$$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y
find all points of intersection.

(ت) المجال (ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

(ج) السلوك الطرفي

almanahj.com/ae



(ح) نقاط الانفصال و نوعها (إن وجدت)

(خ) فترات الاتصال

SAIF ALDEEN

(د) مثل الدالة بيانياً

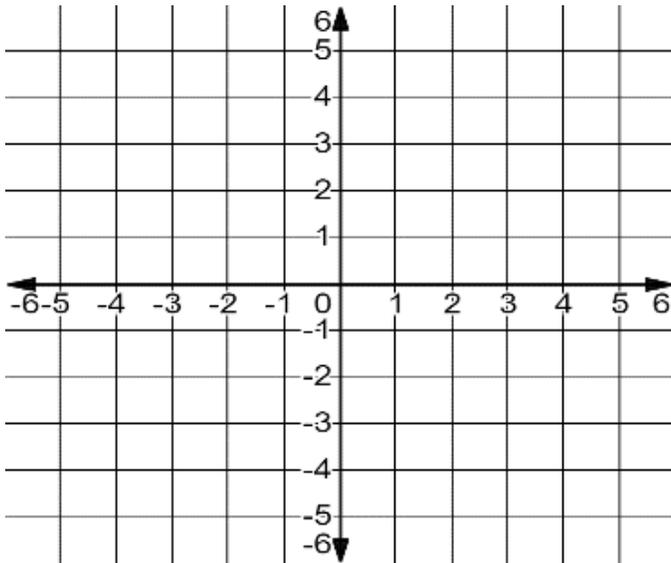
SAIF ALDEEN

62) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y

(ت) المجال (ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

(ج) السلوك الطرفي (ح) نقاط الانفصال ونوعها (إن وجدت)



(خ) فترات الاتصال

(د) مثل الدالة بيانياً

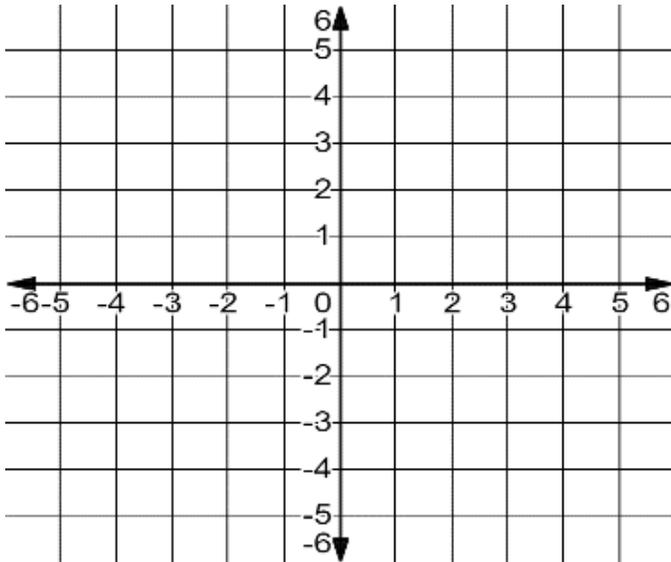
$$b *) f(x) = 6x - 4x^2 - 2x^3$$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y

(ت) المجال (ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

(ج) السلوك الطرفي (ح) نقاط الانفصال و نوعها (إن وجدت)

almanahj.com/ae



(خ) فترات الاتصال

(د) مثل الدالة بيانياً

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

تحليل الدوال النسبية جبرياً و بيانياً

المفهوم الأساسي الخطوط المقاربة الأفقية والرأسية

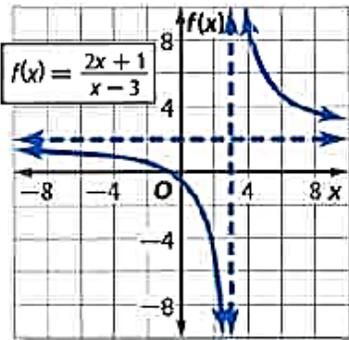
الشرح إذا كانت $f(x) = \frac{a(x)}{b(x)}$ وكان $a(x)$ و $b(x)$ دالتين كثيرتي الحدود ليس بينهما أي عوامل مشتركة سوى 1، وكان $b(x) \neq 0$ ، فإن:

- $f(x)$ لها **خط مقارب رأسي** عندما تكون $b(x) = 0$.
- $f(x)$ لها **خط مقارب أفقي** واحد على الأكثر.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أكبر من درجة $b(x)$ ، فلا يوجد خط مقارب أفقي.
- إذا كانت درجة $a(x)$ أقل من درجة $b(x)$ ، فسيكون الخط المقارب الأفقي هو الخط $y = 0$.
- إذا كانت درجة $a(x)$ تساوي درجة $b(x)$ ، فسيكون الخط المقارب

$$\frac{\text{المعامل الرئيسي لـ } a(x)}{\text{المعامل الرئيسي لـ } b(x)} = y \text{ هو الخط الأفقي}$$

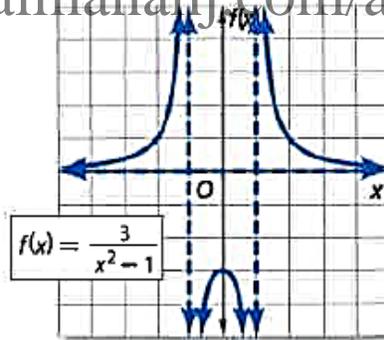
أمثلة

يوجد خط مقارب أفقي واحد



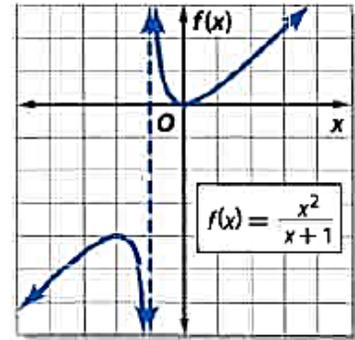
الخط المقارب الرأسي:
 $x = 3$
الخط المقارب الأفقي:
 $f(x) = 2$

almanahj.com/ae



الخطوط المقاربة الرأسية:
 $x = -1, x = 1$
الخط المقارب الأفقي:
 $f(x) = 0$

لا يوجد خط مقارب أفقي



الخط المقارب الرأسي:
 $x = -1$

يكون للدالة مقارب مائل إذا كانت درجة البسط أكبر من درجة المقام بواحد وهو ناتج قسمة البسط على المقام إذا وجدت عوامل خطية مشتركة في البسط و المقام يصبح للتمثيل البياني **فجوات** (انفصال قابل للإزالة) عند أصفار هذه

العوامل

$$63) y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y

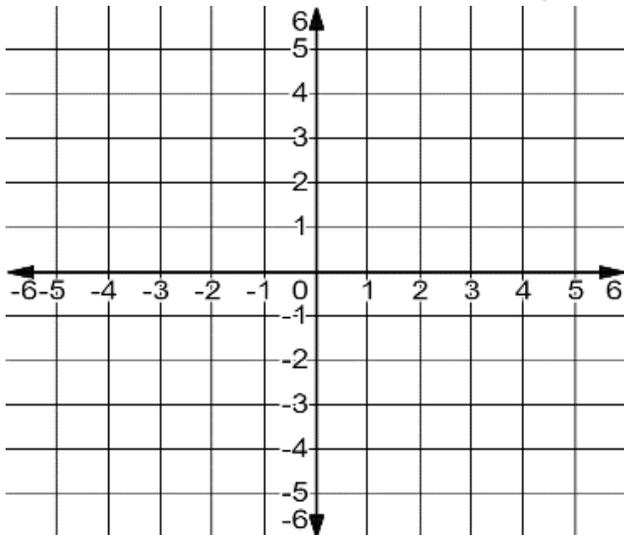
(ت) المجال

(ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

almanahj.com/ae

(ج) السلوك الطرفي

(د) مثل الدالة بيانياً



(ح) نقاط الانفصال و نوعها

SAIF ALDEEN

(خ) فترات الاتصال

SAIF ALDEEN

$$64) y = \frac{2x - 1}{x^2 - 4}$$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y

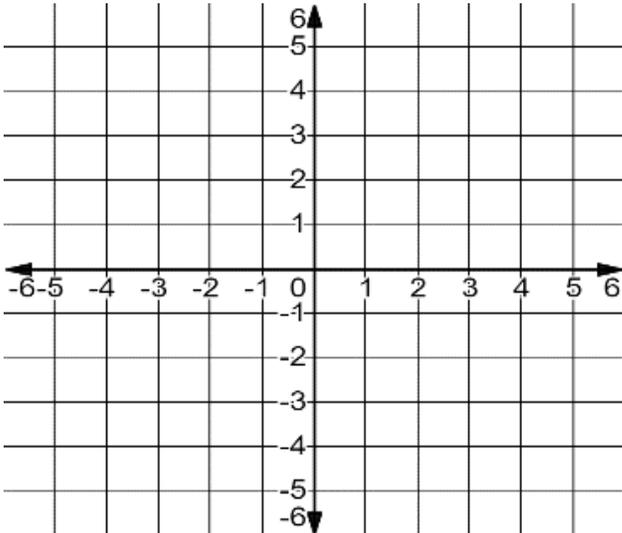
(ت) المجال

(ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

almanahj.com/ae

(ج) السلوك الطرفي

(د) مثل الدالة بيانياً



(ح) نقاط الانفصال و نوعها

SAIF ALDEEN

(خ) فترات الاتصال

SAIF ALDEEN

$$b *) y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$$

(أ) نقاط تقاطع التمثيل البياني مع المحور x (أصفار الدالة) (ب) نقاط التقاطع مع المحور y

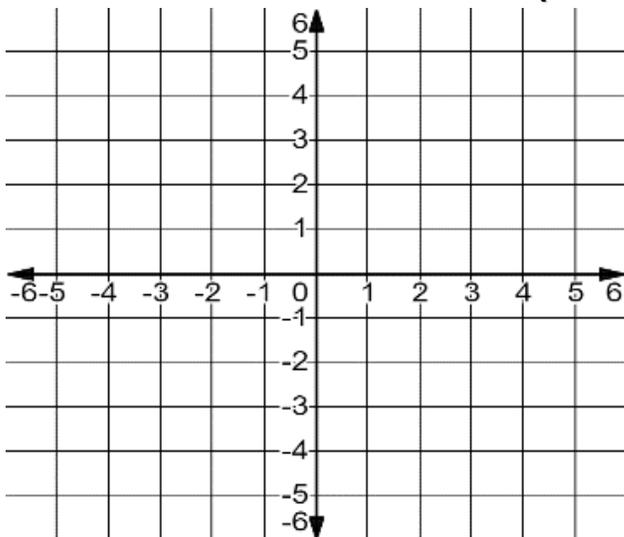
(ت) المجال

(ث) المقاربات الرأسية ، الأفقية ، المائلة (إن وجدت)

almanahj.com/ae

(ج) السلوك الطرفي

(د) مثل الدالة بيانياً



(ح) نقاط الانفصال و نوعها

SAIF ALDEEN

(خ) فترات الاتصال

SAIF ALDEEN

find all zeros of the given function.

التمرين الخامس عشر : أوجد أصفار كل دالة فيما يلي (جبرياً)

$$65) f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$66) f(x) = x^2 + x - 12$$

$$67) f(x) = x^2 - 4x + 2$$

$$69) f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

almanahj.com/ae

$$68) f(x) = 2x^2 + 4x - 1$$

$$70) f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$71) f(x) = x^6 + x^3 - 2$$

$$72) f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

حل أنظمة المعادلات جبرياً

SAIF find all points of intersection. (حل أنظمة المعادلات) التمرين السادس عشر : أوجد نقاط التقاطع للمنحنيين

$$73) y = x^2 + 2x + 3 \quad ; \quad y = x + 5$$

$$74) y = x^2 + 4x - 2 \quad ; \quad y = 2x^2 + x - 6$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$b *) \quad y = 3x$$
$$2y + x^2 - 4x - 8 = 0$$

almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN