CHIHABEM

الرياضيات

- فهرس موضوعي
- إرشادات تطبيقية
- مواضيع نموذجية محلولة

2008

منشورات الشهاب

www.tebessa.info

CHIHABEM

مواضيع نموذجية في الرياضيات لشهادة التعليم المتوسط

رابح بناني
مفتّش التّربية و التّكوين

العربي داود
مفتّش التّربية و التّعليم الأساسي

منشورات الشّهاب

صدر في سلسلة CHIHABEM

لغة عربية : سليمان بورنان

رياضيات : رابح بناني - العربي داود

علوم فيزيائية و تكنولوجيا : خالفي - بوقروة - تعالبة - عطار

علوم الطبيعة و الحياة : حيمران - بلطرش - مسراتي

لغة إنجليزية : م. فؤاد دريدر

تاريخ و جغرافيا : م. أو بلقاسم خدام

© منشورات الشهاب 2007

ردمك : 978 - 9961 - 63 - 209 - 3

الإيداع القانوني : 984 - 2005

منشورات الشهاب : 10 نهج إبراهيم غرفا ، باب الوادي، الجزائر 16009

site : www.chihab.com - E-mail : chihab@chihab.com

أنجز طبعه على مطابع الشهاب - باتنة - الجزائر

طبيعة اختبار مادة الرياضيات

المدة : ساعتان (2 h) **المعامل : 4**

يتضمن اختبار مادة الرياضيات جزأين إجباريين :

الجزء الأول (12 نقطة)

يتكوّن من 4 أو 5 تمارين قصيرة و مستقلة من مختلف المجالات (أنشطة عددية، أنشطة هندسية، تنظيم معطيات).
الهدف منها قياس درجة تحكّم المتعلم في المعارف المستهدفة في برنامج السنة الرابعة متوسط و قدرته على تجنيدها لحل مشكلات بسيطة.
تكون الوضعيات متنوعة و تسمح في مجملها بتغطية البرنامج بشكل مقبول و لا تقتصر على التطبيق المباشر للمعارف.

الجزء الثاني (08 نقط)

تبنى المسألة في شكل وضعية إدماجية.
الهدف منها قياس درجة تحكم المتعلم في مجموعة من الكفاءات الرياضية و الكفاءات العرضية المستهدفة في مرحلة التعليم المتوسط.
تكون الوضعية مركبة و غير معقدة، ذات دلالة بالنسبة إلى المتعلم و تراعى فيها درجة التوجيه لمساعدة المتعلم من دون مبالغة، بما يسمح بقياس قدرته على توظيف موارده لحل مشكلات بنفسه.
تكون الوضعية في متناول المتعلم و غير تعجيزية.

ملاحظة

1 • يقدر وقت إنجاز الجزء الأول بثمانين دقيقة، و وقت إنجاز الجزء الثاني بأربعين دقيقة.

2 • إذا استهدفت معرفة أو مهارة أو كفاءة في أحد أجزاء الموضوع، لا ينبغي استهدافها في الأجزاء الأخرى.

نصائح عامة لتحضير الامتحان

إذا حضرت نفسك للامتحان و عملت بانتظام و استمرار، و إذا كانت مراجعتك مخططة و منهجية، كانت لديك فرصة كبيرة للنجاح.
لهذا ندعوك إلى اتباع النصائح التالية :

● استعد للامتحان كل يوم

- حضّر لكل درس و راجعه عقب انتها ء دراسته في القسم.
- ضع جدولا زمنيا لمراجعتك و استغل الأوقات التي تشعر فيها باللياقة الجيدة و الاستعداد.
- اعط أهمية لكل مواد الامتحان و لا تفضل مادة على مادة أخرى.
- اجمع كل الوثائق التي تساعدك على مراجعة مواضيع كل مادة : الكتاب، الكراس، الحوليات الجيدة و المغطية للبرنامج، الكتاب المدعم للدروس و التطبيقات و رتّبها وفق نظام يسمح لك بالعودة إليها بأدنى مجهود و أقل وقت.
- نوّع مراجعتك بين العمل الفردي و العمل الجماعي المفيد.
- استغل ملخصات الدروس أثنا ء المراجعة.
- أكثر من حل المواضيع النموذجية للامتحانات، و قدم إجاباتك لأساتذتك لتقويمها و توجيهك.
- استعمل الألوان لإبراز ما هو مهم، و اجعل القوانين أو القواعد العامة داخل مستطيلات.
- خصّص أوقاتا بعد المراجعة لحفظ المعطيات الرقمية كالقوانين و الإحصا ءات و التواريخ.
- إن الكتابة تقضي على شرودك و تمكنك من التركيز، و هي وسيلة هامة لترسيخ المعلومات، و تجعلك تقوّم نفسك و تصحح ذاتك. إن المراجعة بهذه الطريقة بطيئة و لكنها مفيدة، و لهذا ننصحك باتباعها.

● التحضير البدني و النفسي

- امنح نفسك نصيبا من الراحة في برنامج مراجعتك، حتى تسترجع طاقتك و تحسّن مردودك.
- مارس الرياضة، لتمنحك الاستعداد البدني.
- من الممكن أن تشعر ليلة الامتحان بالقلق و الاضطراب، فلا داعي لإجهاد نفسك بالمزيد من المراجعة، إلا إذا أردت التأكد من معرفة معينة.

● يوم الامتحان

- استيقظ مبكرا و تناول فطورك.

تأكد أنك أخذت بطاقة التعريف و الاستدعاء و كل الأدوات الضرورية قبل التوجّه إلى مركز الامتحان.

- عندما تقدّم لك ورقة الموضوع اقرأه بتمعن و تركيز حتى تفهم المطلوب منك، إذ قد تكون الأسئلة مرتبطة فيما بينها، كما يمكن أن يلمّح سؤال معين إلى معلومات هامة. بعدها ابدأ بالتمرين الذي تعتبره الأسهل.
- إن اعترضتك صعوبة و أحسست أنها ستأخذ منك وقتا أكثر مما يلزم، أجّلها و انتقل إلى غيرها، ثم عد إليها في الأخير، فإن الوقت مهم في الامتحان.
- لا تبق في تمرين واحد مدة أطول من اللازم.
- عالج كل جزء باستغلال الوقت الذي خُصصته له.
- استعمل مسودة لكل تمرين.
- استعمل المسودة بشكل منتظم، فسجّل - أولا - عناصر السؤال ثمّ أجب بطريقة مرتّبة و واضحة ثم انقل الحل إلى ورقة الإجابة.
- اكتب بخط واضح و مقروء.
- أشر إلى الجواب عن كل سؤال.
- راجع الحل المتوصل إليه و تحقق من صحته و ملاءمته للسؤال المطروح قبل إعادة ورقتك.
- استغل كل مدة الامتحان و لا تعد ورقة الإجابة قبل انتهاء الوقت.

كيف تستعمل هذا الكتاب ؟

- إذا أردت التحقق من معلوماتك في نقطة معينة من البرنامج تناول فهرس المحتويات ليوجهك إلى التمرين الذي يتضمن هذه النقطة.
  - ستجد في نهاية هذا الكتاب فهرسا للمحتويات يبرز لك رقم التمرين الذي يتضمن النقطة التي تبحث عنها و كذا رقم الموضوع الذي يشمل ذلك التمرين من جهة، و فهرسا يضم أرقام صفحات كل المواضيع النموذجية المقدمة من جهة أخرى.
  - أجب كتابيا عن التمرين، قارن إجابتك بالحل المقترح، ثم صحح أخطاءك.
- أما إذا أردت إجراء اختبار كامل، إلجأ إلى فهرس الكتاب و اختر أحد المواضيع.
  - ضع نفسك في جو الامتحان و احترم الوقت المحدد.
  - اقرإ الموضوع كاملا بتركيز حتى تفهم المطلوب منك.
  - ابدأ دائما بالتمرين الذي تعتبره الأسهل، ربحا للوقت.
  - استعمل المسودة لإنجاز المحاولات بشكل نظيف و منظم.
  - انقل الحلول إلى ورقة الإجابة بعناية و نظام.
  - بعد الانتهاء من الإجابة و استغلال كل الزمن، قارنها بالحل المقترح، ثم صحّح أخطاءك. أعد الاختبار بعد مدة تكون قد راجعت المعارف و الطرائق المستهدفة في مختلف المواضيع.
- الأهم عند الاطلاع على حل تمرين ليس قراءته فقط و إنما دراسته بدقة و تتبع جميع خطواته :
  - الاطلاع على الحل : الحسابات و النتائج المتوصل إليها.
  - استنباط المنهجية المستخدمة لتوظيفها في حل تمارين أخرى.
  - طريقة تحرير الإجابات.

التمرين الأول

1 • احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085.

2 • اختزل الكسر $\frac{837}{2085}$.

التمرين الثاني

لتكن A العبارة المعرفة كمايلي $A = 40x - 50 + (4x - 5)^2$

1 • انشر و بسط العبارة A .

2 • احسب قيم A من أجل $x = -1$ ؛ $x = 0$ ؛ $x = 2$.

التمرين الثالث

a، b، c هي أطوال أضلاع مثلث قائم وتره c.

1 • احسب c إذا علمت أن $a = \sqrt{3}(1 + \sqrt{6})$ و $b = 3 - \sqrt{6}$.

2 • احسب المحيط L لهذا المثلث.

التمرين الرابع

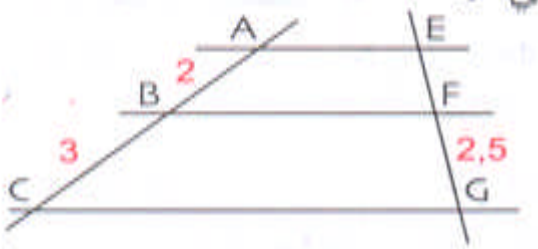
في الشكل الموالي لدينا $AB = 2\,cm$ ؛ $BC = 3\,cm$ ؛ $FG = 2{,}5\,cm$

و المستقيمات (AE)، (BF)، (CG) متوازية.

1 • ارسم المستقيم الذي يشمل النقطة E و يوازي المستقيم (AC).

هذا المستقيم يقطع (BF) في I و (CG) في J.

اذكر ثلاث متوازيات أضلاع في الشكل.



2 • أثبت أن $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$.

احسب EF.

المسألة

يتسبب تأخر في دفع فاتورة الكهرباء زيادة قدرها 10% من قيمة الفاتورة.

1 • إذا كانت قيمة الفاتورة هي 1000 دينار، فما هي الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد ؟

2 • إذا كانت قيمة الفاتورة و الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هو 1350 دينارا فما هي قيمة الفاتورة ؟

الموضوع 1

التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة) .....

1 • حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085.

استعمال خوارزمية إقليدس.

لدينا $2085 = 837 \times 2 + 411$

$837 = 411 \times 2 + 15$

$411 = 15 \times 27 + 6$

$15 = 6 \times 2 + 3$

$6 = 3 \times 2 + 0$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 837 و 2085 هو 3.

أي $\text{pgcd}(837 ; 2085) = 3$

2 • اختزال الكسر $\frac{837}{2085}$.

لدينا $837 = 3 \times 279$ و $2085 = 3 \times 695$

إذن $\frac{279}{695} = \frac{3 \times 279}{3 \times 695} = \frac{837}{2085}$ و بالتالي $\frac{837}{2085} = \frac{279}{695}$

الكسر $\frac{279}{695}$ هو الكسر غير القابل للإختزال و الذي يساوي $\frac{837}{2085}$.

التمرين الثاني (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة) .....

1 • نشر و تبسيط A.

لدينا $(4x - 5)^2 = (4x)^2 - 2\times(4x)(5) + 5^2$

$= 16x^2 - 40x + 25$

و بالتالي $(4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$

إذن $A = 40x - 50 + (4x - 5)^2 = 40x - 50 + 16x^2 - 40x + 25$

$= 16x^2 - 25$

ينتج أن $A = 16x^2 - 25$

2 • حساب قيم A من أجل $x = -1$ ؛ $x = 0$ ؛ $x = 2$.

• من أجل $x = -1$ لدينا $A = 16(-1)^2 - 25$

$= 16 - 25 = -9$

إذن $A = -9$ من أجل $x = -1$

• من أجل $x = 0$ لدينا $A = 16\times0 - 25 = -25$

إذن $A = -25$ من أجل $x = 0$.

• من أجل $x = 2$ لدينا $A = 16(2)^2 - 25$

$= 16\times4 - 25$

$= 64 - 25$

$= 39$

إذن $A = 39$ من أجل $x = 2$.

● التمرين الثالث (الجذور التربيعية)

1 • a، b، c هي أعداد تحقق $a > 0$ ؛ $b > 0$ ؛ $c > 0$ و $c^2 = a^2 + b^2$

• حساب c .

$$c^2 = \left[\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{6}\right)\right]^2 + \left(3 - \sqrt{6}\right)^2$$

$$= 3\left(1 + \sqrt{6}\right)^2 + 3^2 - 2\times3\times\sqrt{6} + \sqrt{6}^2$$

$$= 3\left(1 + 2\times1\times\sqrt{6} + \sqrt{6}^2\right) + 9 - 6\sqrt{6} + 6$$

$$= 3\left(1 + 2\sqrt{6} + 6\right) + 15 - 6\sqrt{6}$$

$$= 3\left(7 + 2\sqrt{6}\right) + 15 - 6\sqrt{6}$$

$$= 21 + 6\sqrt{6} + 15 - 6\sqrt{6}$$

و بالتالي $c^2 = 36$

إذن $c = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$ أي $c = 6$

• حساب المحيط L للمثلث.

لدينا $L = a + b + c$

$$= \sqrt{3}\left(1 + \sqrt{6}\right) + \left(3 - \sqrt{6}\right) + 6$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{18} + 3 - \sqrt{6} + 6$$

$$= \sqrt{3} + 3\sqrt{2} + 9 - \sqrt{6}$$

$$= 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$$

إذن $L = 9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$

و بالتالي محيط المثلث هو $\left(9 + \sqrt{3} + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}\right)$ وحدة طول.

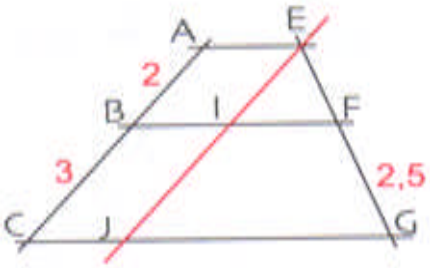
● التمرين الرابع (خاصية طالس)

1 • الرباعيات AEIB، BIJC، AEJC هي متوازيات أضلاع.

2 • EIF و EJG مثلثات في وضعية طالس.

ينتج أن $\frac{EI}{EJ} = \frac{EF}{EG}$ أي $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$

لأن $EI = AB$ و $EJ = AC$.



3 • حساب EF

لدينا $AC = AB + BC$ إذن $AC = 5\,cm$.

$\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{EG}$ يعني $\frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + FG}$ أي $\frac{2}{5} = \frac{EF}{EF + 2,5}$.

و هذا يعني أن $5EF = 2(EF + 2,5) = 2EF + 5$ ينتج أن $3EF = 5$

إذن $EF = \frac{5}{3}$ أي $EF \approx 1,6\,cm$

●● المسألة

1 • نضع x هو مبلغ الفاتورة و y الزيادة الناتجة عن التأخر في التسديد.

لدينا $y = \frac{10}{100}x$ أي $y = \frac{1}{10}x$

• الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي $\left(\frac{1}{10} \times 1000\right)$ دينارا.

لدينا $\frac{1}{10} \times 1000 = 100$

إذن الزيادة الناتجة عن تأخر التسديد هي 100 دينارا

2 • لتكن x مبلغ الفاتورة.

لدينا $x + \frac{1}{10}x = \left(1 + \frac{1}{10}\right)x = 1430$ أي $\frac{11}{10}x = 1430$

نبحث عن العدد x حيث $\frac{11}{10}x = 1430$.

إذن $x = \frac{1430 \times 10}{11}$

ينتج أن $x = \frac{14300}{11} = 1300$

بالتالي مبلغ الفاتورة هو 1300 دينارا

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة) .....

1 • تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513.

نستعمل خوارزمية إقليدس. $729 = 513 \times 1 + 216$

$513 = 216 \times 2 + 81$

$216 = 81 \times 2 + 54$

$81 = 54 \times 1 + 27$

$54 = 27 \times 2 + 0$

نلاحظ أن آخر باق غير منعدم هو 27.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513 هو 27.

أي $\text{pgcd}(729 ; 513) = 27$

2 • إختزال الكسر $\frac{513}{723}$.

لدينا $513 = 27 \times 19$ و $729 = 27 \times 27$

إذن $\frac{513}{729} = \frac{27 \times 19}{27 \times 27} = \frac{19}{27}$ و بالتالي $\frac{513}{729} = \frac{19}{27}$

أي $\frac{19}{27}$ هو كسر غير القابل للإختزال و الذي يساوي الكسر $\frac{513}{729}$.

● التمرين الثاني (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

• حل المعادلة $3x - 5 = -7 + x$.

$3x - 5 = -7 + x$ يعني $3x - x = -7 + 5$.

(عندما ننقل عددا أو عبارة من طرف إلى آخر من معادلة، نغير إشارته).

بعد التبسيط نجد $2x = -2$. و بالتالي $x = -\frac{2}{2}$ أي $x = -1$.

ينتج أن المعادلة $3x - 5 = -7 + x$ تقبل حلا واحدا هو -1

• حل المعادلة $x + 6 = 3 - 2x$

$x + 6 = 3 - 2x$ يعني $x + 2x = 3 - 6$

أي $3x = -3$ و بالتالي $x = -1$

إذن المعادلة $x + 6 = 3 - 2x$ تقبل حلا واحد هو -1

ينتج أن للمعادلتين نفس الحل و هو -1

التمرين الأول

1 • عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 729 و 513.

2 • أختزل الكسر $\frac{513}{729}$ و اكتبه على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين الثاني

بين أن للمعادلتين $3x - 5 = -7 + x$ ؛ $x + 6 = 3 - 2x$ نفس الحل.

التمرين الثالث

f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = -2x + 3$

1 • عيّن صورة العدد 0 بالدالة f.

2 • عيّن العدد الذي صورته 0 بالدالة f.

3 • عيّن الدالة الخطية g المرفقة بالدالة f.

4 • المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

ليكن (T) التمثيل البياني للدالة g و (d) التمثيل البياني للدالة f.

• تحقق أن النقطة D(1 ; - 2) تنتمي إلى (T) و لا تنمي إلى (d).

• ارسم (d) و (T) في المعلم السابق.

التمرين الرابع

ABC مثلث قائم في A بحيث $\hat{B} = 60°$ و $AB = 3\,cm$.

H نقطة من [BC] بحيث $\widehat{AHB} = 90°$.

1 • احسب BC و BH ثم أحسب HC.

2 • احسب AH بتقريب 0,1 cm.

3 • عيّن قيس الزاوية $\widehat{HAC}$ ثم أحسب HC.

● المسألة

محيط حقل مستطيل الشكل هو 280 m.

إذا أنقصنا 10 m من طوله و أضفنا 10 m إلى عرضه فإن مساحته تزداد بمقدار $100\ m^2$.

ما هما طول و عرض الحقل ؟

● التمرين الثالث (الدوال التآلفية)

1 • صورة 0 بالدالة f هي $f(0)$.

$f(0) = -2 \times 0 + 3$ أي $f(0) = 3$

2 • العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو العدد x بحيث $f(x) = 0$.

$f(x) = 0$ يعني $-2x + 3 = 0$ أي $-2x = -3$ إذن $x = \frac{3}{2}$

لدينا $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ و بالتالي العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو $\frac{3}{2}$.

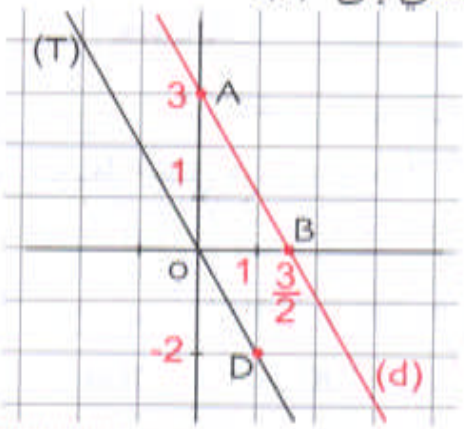
3 • الدالة الخطية المرفقة بالدالة التآلفية f هي الدالة g المعرفة كما يلي :

$g(x) = -2x$

$g(1) = (-2) \times 1$ إذن $g(1) = -2$

و بالتالي النقطة $D(1 ; -2)$ تنتمي إلى المستقيم (T) الممثل للدالة g.

لدينا $f(1) = 1$ و $f(1) \neq -2$ إذن D لا تنتمي إلى (d).



4 • رسم (d) و (T).

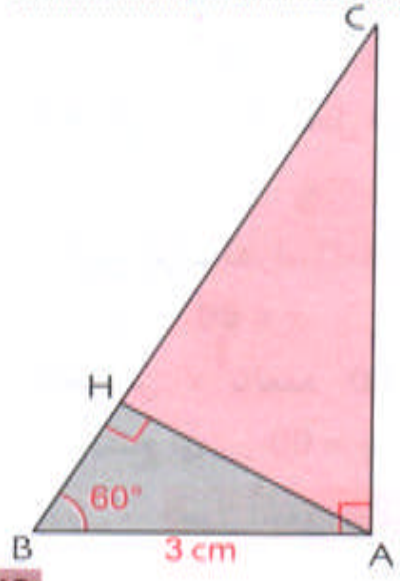
(d) يشمل النقطتين $A(0 ; 3)$ و $B\left(\frac{3}{2} ; 0\right)$

إذن المستقيم (d) هو (AB).

(T) يشمل النقطتين $O(0 ; 0)$ و $D(1 ; -2)$

و المستقيم (T) هو المستقيم (OD).

● التمرين الرابع (حساب المثلثات في المثلث القائم)



1 • للمثلث القائم BAC زاوية قيسها 60°

فهو نصف مثلث متقايس الأضلاع.

إذن $BC = 2\,AB$ أي $BC = 6\ cm$

لدينا أيضا للمثلث القائم ABH زاوية قيسها 60°

فهو أيضا نصف مثلث متقايس الأضلاع.

إذن $BH = \frac{1}{2}\,AB$ أي $BH = 1,5\ cm$

و $HC = BC - BH$ أي $HC = 6 - 1,5 = 4,5$

إذن $HC = 4,5\ cm$

2 • المثلث ABH قائم في H.

حسب نظرية فيثاغورث، $AB^2 = AH^2 + BH^2$.

إذن $AB^2 = AH^2 + BH^2$

$= 9 - 2,25 = 6,75$

ينتج أن $AH = \sqrt{6,75}$ أي $AH \approx 2,6$

3 • لدينا $\widehat{HAC} + \widehat{HAB} = 90°$ و $\widehat{HAB} = 30°$ إذن $\widehat{HAC} = 60°$

المثلث HAC قائم في H إذن $\tan \widehat{HAC} = \frac{HC}{AH}$ أي $HC = AH \times \tan 60°$

$= \sqrt{6,75} \times \sqrt{3} = \sqrt{20,25}$

إذن $HC = \sqrt{20,25}$ أي $HC = 4,5$ cm.

ملاحظة : لقد استعملنا طريقتين لحساب HC.

المسألة

نضع x طول الحقل و y عرضه مع أن $x > 0$ و $y > 0$.

محيط الحقل هو $2(x + y)$ و مساحته هي $x \times y$.

إذن $2(x + y) = 280$ أي $x + y = 140$

ينتج أن $(x - 10)(y + 10) = x \times y + 100$

$xy + 10x - 10y - 100 = xy + 100$

$10x - 10y = 200$

$x - y = 20$

لتعيين x و y نحل الجملة $\begin{cases} x + y = 140 \\ x - y = 20 \end{cases}$

بالجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $2x = 160$

إذن $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في المعادلة $x + y = 140$

ينتج أن $y = 60$.

إذن طول الحقل هو 80 m و عرضه 60 m

التمرين الأول

1 • انشر و بسط كلا من العبارتين A و B التاليتين :

$$A = (x + 2)^2 - (2x + 4)(x - 3)$$

$$B = (4x - 1)^2 - (x - 4)^2$$

2 • احسب قيمة A من أجل $x = -2$ و قيمة B من أجل $x = 1$.

التمرين الثاني

مجموع عددين طبيعيين هو 2007.

عند إجراء القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على العدد الأصغر، يكون حاصل القسمة هو 2 و باقي القسمة هو 338.

• أوجد هذين العددين.

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

1 • علم النقط A(2 ; 1)، B(5 ; 6) و C(-3 ; -2).

2 • برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين.

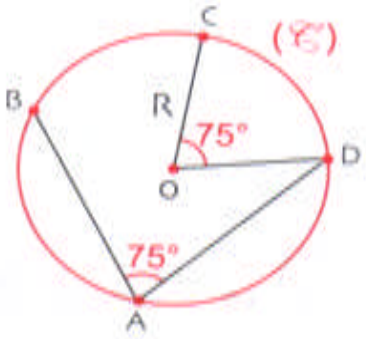
3 • لتكن D(0 ; 3) نقطة من المستوي.

برهن أن D هي صورة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

التمرين الرابع

لاحظ الشكل المقابل. (ℰ) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها R.

A، B، C و D أربع نقط من الدائرة بحيث $\widehat{BAD} = \widehat{COD} = 75°$



1 • احسب قيس الزاوية $\widehat{BOD}$.

2 • احسب قيس الزاوية $\widehat{BOC}$.

● ● المسألة

يحقق تاجر ربحا قدره 25% من ثمن شراء بضاعته.

1 • احسب ثمن بيع البضاعة إذا كان ثمن شرائها هو 120 دينارا.

2 • احسب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240 دينارا.

● التمرين الأول (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة) .....

1 • نشر و تبسيط العبارة A.

لدينا $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

$(2x+4)(x-3) = 2x^2 - 6x + 4x - 12$

$= 2x^2 - 2x - 12$

إذن $A = (x+2)^2 - (2x+4)(x-3)$

$= x^2 + 4x + 4 - (2x^2 - 2x - 12)$

$= x^2 + 4x + 4 - 2x^2 + 2x + 12$

و بالتالي $A = -x^2 + 6x + 16$

• نشر و تبسيط العبارة B.

لدينا $(4x-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1$

و $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

إذن $B = (4x-1)^2 - (x-4)^2$

$= 16x^2 - 8x + 1 - (x^2 - 8x + 16)$

$= 16x^2 - 8x + 1 - x^2 + 8x - 16$

و بالتالي $B = 15x^2 - 15$

2 • حساب قيمة A من أجل $x = -2$.

من أجل $x = -2$ نجد $A = (-2+2)^2 - (-4+4)(-2-3)$

$= 0 - 0 \times (-5) = 0$

إذن $A = 0$ من أجل $x = -2$

• حساب قيمة B من أجل $x = 1$. من أجل $x = 1$ نجد $B = 15(1)^2 - 15 = 0$

إذن $B = 0$ من أجل $x = 1$

● التمرين الثاني (حل معادلتين من الدرجة الأولى لمجهولين) .....

ليكن a و b العددين المطلوبين حيث $a > b$.

لدينا $\begin{cases} a + b = 2007 \\ a = 2b + 338 \end{cases}$

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض.

بتعويض a بالعدد $2b + 338$ في المعادلة $a + b = 2007$

ينتج أن $2b + 338 + b = 2007$

أي $3b = 1665$. إذن $b = \frac{1665}{3}$ أي $b = 555$.

بتعويض b بالعدد 555 في العبارة $2b + 338$

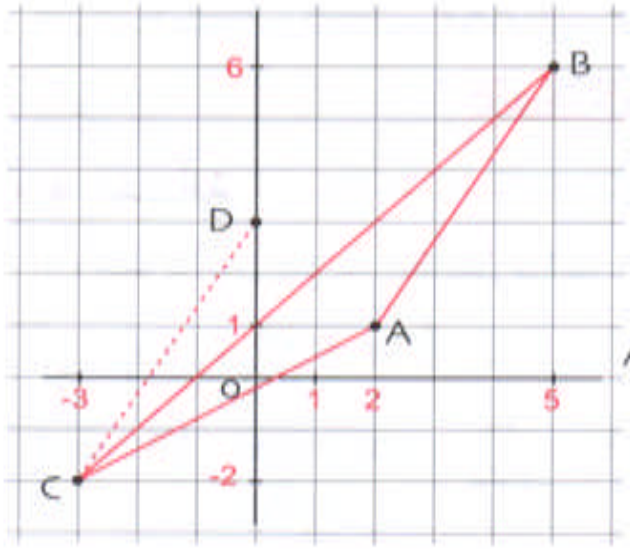
ينتج أن $a = 2 \times 555 + 338$

أي $a = 1448$

و بالتالي الجملة تقبل حلا واحدا و هو (555 ; 1448)

إذن $a = 1448$ و $b = 555$

● التمرين الثالث (المعالم)



1 • تعليم النقط A ، B ، C

(لاحظ الشكل)

2 • البرهان على أن المثلث ABC متساوي الساقين.

حساب الطولين AB و AC.

لدينا $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (6 - 1)^2}$

$= \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

إذن $AB = \sqrt{34}$.

و لدينا $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-2 - 1)^2}$

إذن $AC = \sqrt{34}$

نلاحظ أن $AB = AC$.

إذن المثلث ABC متساوي الساقين

3 • البرهان على أن D صورة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

D صورة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ يعني $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

لدينا $x_B - x_A = 5 - 2 = 3$ و $y_B - y_A = 6 - 1 = 5$.

إذن $\overrightarrow{AB}$ (3 ; 5).

و لدينا $x_D - x_C = 0 - (-3) = 3$ و $y_D - y_C = 3 + 2 = 5$.

إذن $\overrightarrow{CD}$ (3 ; 5).

ينتج أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

و بالتالي D هي صورة C بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

● التمرين الرابع (الدوران)

1 • $\widehat{BAD}$ هي زاوية محيطية و $\widehat{BOD}$ زاوية مركزية.

الزاويتان $\widehat{BAD}$ و $\widehat{BOD}$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{BD}$.

إذن $\widehat{BOD} = 2\,\widehat{BAD} = 150°$.

و بالتالي $\widehat{BOD} = 150°$

2 • لدينا $\widehat{BOC} = \widehat{BOD} - \widehat{COD}$ أي $\widehat{BOC} = 150° - 75° = 75°$.

ينتج أن $\widehat{BOC} = 75°$.

● ● المسألة

1 • حساب ثمن بيع بضاعة ثمن شرائها هو 120 دينارا

هو $\left[120 + \frac{25}{100}(120)\right]$ دينارا.

لدينا $120 + \frac{25}{100} \times 120 = 120 + 30$

$= 150$

إذن إذا كان ثمن شراء البضاعة هو 120 دينارا فإن ثمن بيعها هو 150 دينارا

2 • حساب ثمن شراء البضاعة إذا كان ثمن بيعها هو 240 دينارا.

ليكن x هو ثمن الشراء.

لدينا $x = \frac{125}{100}x = \left(1 + \frac{25}{100}\right)x = x + \frac{25}{100}x = 240$

إذن $\frac{125}{100}x = 240$

و بالتالي $x = \frac{240 + 100}{125} = 192$

إذن إذا كان ثمن بيع البضاعة هو 192 دينار فأن ثمن شرائها هو 192 دينار

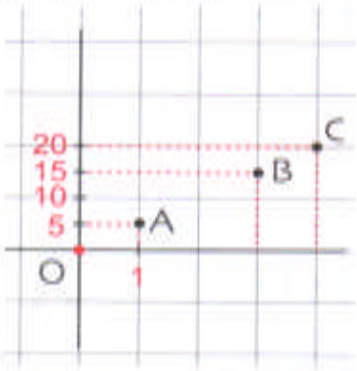
التمرين الأول

لتكن A العبارة المعرفة كما يلي : $A = (2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 + 3x - 5$

1 • حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

2 • حل المعادلة $A = 0$.

التمرين الثاني



لاحظ التمثيل البياني المقابل.

1 • تحقق أن تراتيب A، B و C متناسبة مع فواصلها.
ما هو معامل التناسبية.

2 • عين الدالة الخطية التي تمثيلها البياني
هو المستقيم الذي يشمل هذه النقطة.

التمرين الثالث

الجدول التالي يعبر عن أعمار عمّال مؤسسة إنتاجية.

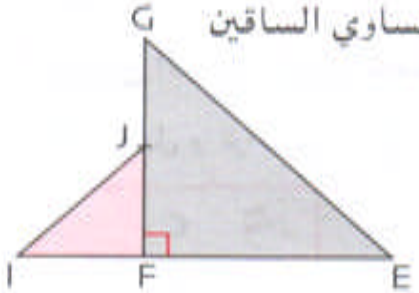
فئات الأعمار (بالسنوات)	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17

1 • احسب التكرارت المجمعة الصاعدة.

2 • احسب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة.

3 • ما هو وسط أعمار عمال هذه المؤسسة ؟

التمرين الرابع



في الشكل المقابل، المثلث EFG قائم في F و متساوي الساقين
و المثلث IFJ قائم في F و متساوي الساقين .

1 • ما هي صورة E بالدوران الذي مركزه F
و زاويته 90° و في الإتجاه المباشر ؟

2 • برهن أن $EJ = GI$.

● ● المسألة

تتكون الأجرة الشهرية لبائع في مركز تجاري من مبلغ ثابت
قدره 15000 دينارا وعلاوة قدرها 10% من الأرباح الشهرية المحققة.

1 • احسب الأجرة الشهرية لهذا البائع إذا بلغت الأرباح 50000 دينارا.

2 • كم بلغت الأرباح الشهرية إذا كانت أجرته الشهرية 18000 دينارا ؟

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

1 • تحليل A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

لدينا $(2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 = [(2x + 4) - (5x - 1)][(2x + 4) + (5x - 1)]$

$= (2x + 4 - 5x + 1)(2x + 4 + 5x - 1)$

$= (-3x + 5)(7x + 3)$

إذن $(2x + 4)^2 - (5x - 1)^2 = (-3x + 5)(7x + 3)$

و لدينا $3x - 5 = -(-3x + 5)$

إذن $A = (-3x + 5)(7x + 3) - (-3x + 5)$

$= (-3x + 5)(7x + 3 - 1)$

$= (-3x + 5)(7x + 2)$

و بالتالي $A = (-3x + 5)(7x + 2)$

2 • حل المعادلة $A = 0$.

$A = 0$ يعني $(-3x + 5)(7x + 2) = 0$

أي $-3x + 5 = 0$ أو $7x + 2 = 0$.

$-3x + 5 = 0$ يعني $-3x = -5$. إذن $x = \frac{5}{3}$.

$7x + 2 = 0$ يعني $7x = -2$. إذن $x = -\frac{2}{7}$.

ينتج أن المعادلة $A = 0$ تقبل حلين هما $\frac{5}{3}$ و $-\frac{2}{7}$

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية)

1 • فواصل و تراتيب النقط A، B و C هي في الجدول التالي :

النقطة	A	B	C
فاصلتها	1	3	4
ترتيبتها	5	15	20

لدينا $5 \times 1 = 5$ ؛ $5 \times 3 = 15$ ؛ $5 \times 4 = 20$

إذن تراتيب النقط A، B و C متناسبة مع فواصلها.

• معامل التناسبية هو 5.

3 • الدالة الخطية هي الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = 5x$

● التمرين الثالث (الإحصاء)

1 • حساب التكرارات المجمعة الصاعدة.

فئات الأعمار	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرار	13	25	28	17
التكرارت المجمعة الصاعدة	13	28	56	73

2 • حساب تواتر كل فئة و التواترات المجمعة الصاعدة. التكرار الكلي هو 73.

فئات الأعمار	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
التكرارات	13	25	28	17
التواترات	$\frac{13}{73}$	$\frac{25}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{17}{73}$
التواترات المجمعة الصاعدة	$\frac{13}{73}$	$\frac{28}{73}$	$\frac{56}{73}$	1

3 • حساب وسط الأعمار. ليكن $\bar{x}$ وسط الأعمار.

مراكز الفئات	25	35	45	55
التكرارات	13	25	28	17

لدينا $\bar{x} = \frac{25 \times 13 + 35 \times 25 + 45 \times 28 + 55 \times 17}{73}$

$= \frac{325 + 875 + 1260 + 935}{73} = \frac{3395}{73} \approx 46{,}50$

إذن $\bar{x} \approx 46{,}50$.

أي وسط الأعمار هو 46,50 سنة (أي ستة و أربعون سنة و نصف

● التمرين الرابع (الدوران) .....

1 • بما أن المثلث EFG متساوي الساقين رأسه الأساسي F.

فإن FE = FG.

نعلم أن $\widehat{GFE} = 90°$.

ينتج أن صورة E بالدوران الذي مركزه F و زاويته 90° و في الإتجاه المباشر هي النقطة G.

2 • لدينا المثلث IFJ متساوي الساقين رأسه الأساسي F و $\widehat{IFJ} = 90°$.

إذن صورة J بالدوران السابق هي I.

لدينا صورة E هي G و صورة J هي I.

إذن صورة [EJ] هي [GI].

بما أن الدوران يحفظ المسافات إذن EJ = GI

●● المسألة .....

نضع x الأجرة الشهرية لهذا البائع و y الأرباح الشهرية.

لدينا $x = 15000 + \frac{10}{100} y$.

1 • نعلم أن $y = 50000$.

إذن $x = 15000 + \frac{10}{100} \times 50000$

$= 20000$

و بالتالي الأجرة الشهرية هي 20000 دينارا إذا بلغت الأرباح 50000 دينارا

2 • لدينا $x = 15000 + \frac{10}{100} y$ و $x = 18000$.

إذن $y \frac{10}{100} = 18000 - 15000 = 3000$ أي $y = 30000$.

و بالتالي بلغت الأرباح 30000 دينارا إذا كانت أجرته الشهرية 18000 دينارا

التمرين الأول

1 • اكتب العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي.

2 • اكتب العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$

حيث b عدد طبيعي.

التمرين الثاني

سأل أستاذ التربية البدنية تلاميذه حول تكهن نتيجة المقابلة في كرة القدم بين فريقي شبيبة القبائل و إتحاد الجزائر لخصت النتائج في الجدول التالي حيث

الرمز 1 يعني فوز فريق شبيبة القبائل.

الرمز 2 يعني فوز فريق إتحاد الجزائر.

الرمز x يعني تعادل الفريقين.

النتائج	1	x	2
التكرارات	15	7	13

1 • ما هو التكرار الكلي لهذه السلسلة ؟

2 • احسب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة.

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

f هي الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة A(3 ; 3)

و g هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين

B(5 ; -3) و C(2 ; -4). 1 • عين الدالتين f و g. 2 • علم النقط A، B و C.

3 • ارسم التمثيلين البيانيين (d) و (T) في المعلم السابق.

التمرين الرابع

A(3 ; 5)، B(5 ; -3)، C(2 ; -4) نقط من المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1 • احسب الأعداد AB^2 ؛ BC^2 ؛ AC^2.

2 • استنتج طبيعة المثلث ABC.

● المسألة

يقول رضا لسمير : إذا أعطيتني 6 كريات فيصبح عندنا نفس عدد الكريات و إذا أعطيتني 10 يصبح عندك نصف ما يصبح عندي من الكريات.

ما هو عدد الكريات عند كل من رضا و سمير ؟

● التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 • كتابة العدد $\sqrt{72}$ على الشكل $a\sqrt{2}$.

لدينا $72 = 36 \times 2$

إذن $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6 \times \sqrt{2}$

و بالتالي $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

2 • كتابة العدد $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32}$ على الشكل $b\sqrt{2}$.

لدينا $4\sqrt{72} = 4 \times 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

و $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

و $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

إذن $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 4(6\sqrt{2}) - 3(5\sqrt{2}) + 2(4\sqrt{2})$

$= 24\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$

$= (24 - 15 + 8)\sqrt{2}$

$= 17\sqrt{2}$

إذن $4\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 2\sqrt{32} = 17\sqrt{2}$

● التمرين الثاني (الإحصاء)

1 • حساب التكرار الكلي لهذه السلسلة.

لدينا $35 = 13 + 7 + 15$. إذن التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 35.

عدد التلاميذ الذين اقترحوا نتيجة للمقابلة هو 35.

2 • حساب تواتر كل قيمة و التواترات المجمعة الصاعدة.

نلخص النتائج في الجدول التالي :

النتائج	1	×	2
التكرارات	15	7	13
التواترات	$\frac{15}{35}$	$\frac{7}{35}$	$\frac{13}{35}$
التواترات المجمعة الصاعدة	$\frac{15}{35}$	$\frac{22}{35}$	1

● التمرين الثالث (الدوال الخطية التآلفية) .....

1 • تعيين الدالتين f و g .

• بما أن f دالة خطية فإن f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$.

التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل A(3 ; 3) .

إذن $f(3) = 3$ أي $a \times 3 = 3$ و بالتالي $a = 1$.

ينتج أن **الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = x$**

• نعلم أن الدالة g دالة تآلفية

و نعلم أن التمثيل البياني (T) للدالة g يشمل B(5 ; -3) و C(2 ; -4).

إذن $g(5) = -3$ و $g(2) = -4$.

الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = mx + p$

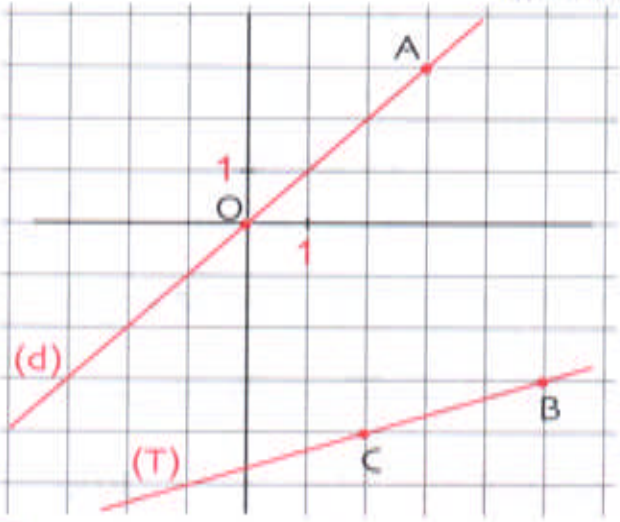
حيث $m = \frac{g(5) - g(2)}{5 - 2} = \frac{-3 - (-4)}{3} = \frac{1}{3}$.

و $g(5) = -3$ أي $m \times 5 + p = -3$

أي $\frac{5}{3} + p = -3$ إذن $p = -\frac{14}{3}$.

و بالتالي الدالة التآلفية g معرفة كما يلي : $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$

2 • تعليم النقط A، B و C. (لاحظ الشكل)



3 • رسم (d) و (T).

(d) يشمل المبدأ O

و النقطة A(3 ; 3)

إذن (d) هو المستقيم (OA)

(T) يشمل النقطتين B و C

إذن (T) هو المستقيم (BC).

التمرين الأول

1 • عين القاسم المشترك الأكبر d للعددين 102 و 119.

2 • تحقق أن العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما.

التمرين الثاني

1 • B هو عدد حيث $B = (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 - 4$

برهن أن B يكتب على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان طبيعيان.

2 • احسب العدد B^2 ثم أكتبه على الشكل $c + d\sqrt{2}$ حيث c و d عددان طبيعيان.

التمرين الثالث

1 • ارسم دائرة مركزها O طول قطرها [AB] هو 4 cm.

C هي نقطة من الدائرة بحيث $\widehat{BOC} = 70°$.

2 • ما نوع المثلث ACB ؟

3 • احسب طول الوتر [BC].

4 • احسب طول الوتر [AC].

يأخذ $\cos 55° \approx 0,57$ و $\sin 55° \approx 0,82$.

التمرين الرابع

(ج) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2cm.

[AB] هو و ترها طوله 3cm و I منتصف [AB].

1 • انشئ صورة القطعة [AB] بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\widehat{BOA}$ و في الاتجاه المباشر.

2 • J هي صورة I بنفس الدوران.

ماذا تمثل J بالنسبة إلى صورة [AB] ؟ انشئ النقطة J.

● المسألة

لاقتناء مجلة ثقافية دفعت المتوسطة 290 دينارا (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 3 إصدارات.

و دفعت 450 دينارا في مرة ثانية (و هو ثمن المجلات و تكاليف الإرسال) للحصول على 5 إصدارات.

احسب ثمن المجلة الواحدة و تكاليف الإرسال علما أن تكاليف الإرسال ثابتة.

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 • تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $119 = 102 \times 1 + 17$

$102 = 17 \times 6 + 0$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 هو 17.

إذن $d = 17$

2 • حساب العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$.

لدينا $\frac{102}{d} = \frac{102}{17} = 6$ و $\frac{119}{d} = \frac{119}{17} = 7$

1 هو القاسم المشترك الوحيد للعددين 7 و 6.

و بالتالي العددان $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما

● التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

1 • حساب العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$

لدينا $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$

$= 3 + 2\sqrt{3}\sqrt{3}\times\sqrt{2} + 6$

$= 9 + 2 \times 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2}$

إذن $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 = 9 + 6\sqrt{2}$

ينتج أن $B = (\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 - 4 = 9 + 6\sqrt{2} - 4 = 5 + 6\sqrt{2}$

أي $B = 5 + 6\sqrt{2}$

2 • حساب B^2

$B^2 = (5 + 6\sqrt{2})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})^2$

$= 25 + 60\sqrt{2} + 72 = 97 + 60\sqrt{2}$

و بالتالي $B^2 = 97 + 60\sqrt{2}$

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 • تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $119 = 102 \times 1 + 17$

$102 = 17 \times 6 + 0$

ينتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 119 هو 17.

إذن $d = 17$

2 • حساب العددين $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$.

لدينا $\frac{102}{d} = \frac{102}{17} = 6$ و $\frac{119}{d} = \frac{119}{17} = 7$

1 هو القاسم المشترك الوحيد للعددين 7 و 6.

و بالتالي العددان $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$ أوليان فيما بينهما

● التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

1 • حساب العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$

لدينا $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$

$= 3 + 2\sqrt{3}\sqrt{3} \times \sqrt{2} + 6$

$= 9 + 2 \times 3\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2}$

إذن $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 = 9 + 6\sqrt{2}$

ينتج أن $B = (\sqrt{3}+\sqrt{6})^2 - 4 = 9 + 6\sqrt{2} - 4 = 5 + 6\sqrt{2}$

أي $B = 5 + 6\sqrt{2}$

2 • حساب B^2

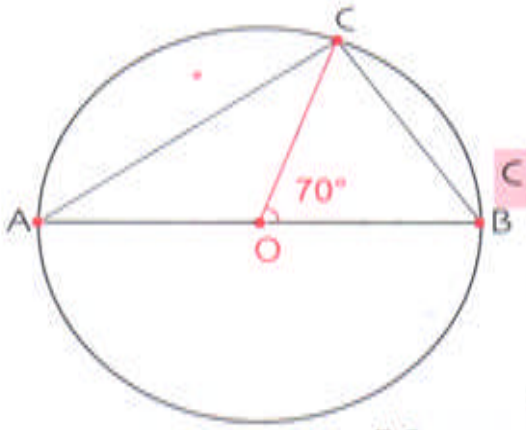
$B^2 = (5 + 6\sqrt{2})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 6\sqrt{2} + (6\sqrt{2})^2$

$= 25 + 60\sqrt{2} + 72 = 97 + 60\sqrt{2}$

و بالتالي $B^2 = 97 + 60\sqrt{2}$

الحلـول

● التمرين الثالث (حساب المثلثات في مثلث قائم)



1 • إنجاز الرسم.

2 • [AB] قطر و C نقطة من الدائرة.

إذن $\widehat{ACB} = 90°$. المثلث ACB قائم في C

3 • لدينا المثلث OBC متساوي الساقين

رأسه الأساسي O. إذن $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$

$2\,\widehat{OBC} + 70° = 180°$ أي $\widehat{OBC} = 55°$.

في المثلث القائم ABC، لدينا $\cos\widehat{B} = \frac{BC}{AB}$ أي $\cos 55° = \frac{BC}{4}$.

إذن $BC = 4\cos 55°$ أي $BC \approx 4 \times 0{,}57$ أي $BC \approx 2{,}28\,cm$ بتقريب $0{,}01\,cm$.

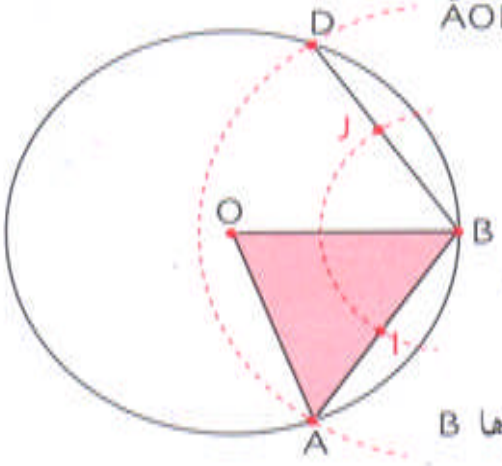
4 • $\sin\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$ أي $\sin 55° = \frac{AC}{4}$.

و بالتالي $AC = 4 \times \sin 55°$

لدينا $\sin 55° \approx 0{,}82$. إذن $AC = 3{,}28\,cm$

● التمرين الرابع (الدوران)

1 • لدينا $OA = OB$



صورة A بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\widehat{AOB}$

في الاتجاه المباشر هي النقطة B.

إذا كانت D هي صورة B فإن $OB = OD$.

إذن D نقطة من الدائرة (Ⓒ).

و بالتالي صورة الوتر [AB] هو الوتر [BD]

لدينا $BD = AB$.

للحصول على D يكفي رسم قوس دائرة مركزها B

و نصف قطرها طول [AB] أي 3cm.

2 • صورة منتصف قطعة بدوران هي منتصف صورة هذه القطعة.

إذا كانت J صورة I بالدوران السابق فإن J هي منتصف صورة [AB].

أي J هي منتصف [BD].

ننشئ النقطة J بحيث $BJ = BI$

المسألة

نضع x ثمن المجلة الواحدة و b تكاليف إرسالها

حيث $x > 0$ و $b > 0$.

لدينا $3x + b = 290$ و $5x + b = 450$

لتعيين x و b نحل الجملة $\begin{cases} 3x + b = 290 \\ 5x + b = 450 \end{cases}$

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $2x = 160$ أي $x = 80$.

بتعويض x بالعدد 80 في إحدى المعادلتين ينتج أن $b = 50$.

إذن ثمن المجلة الواحدة هو 80 دينارا و تكاليف الإرسال هي 50 دينارا.

التمرين الأول

1 • انشر و بسط العبارة A حيث $A = (x - 5)(x + 12)$

2 • حل المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$.

3 • مثلث أطوال أضلاعه (بالسنتيمترات) هي x ؛ $x + 7$ ؛ 13.

عيّن العدد x علما أن هذا المثلث قائم و طول وتره هو 13 cm.

التمرين الثاني

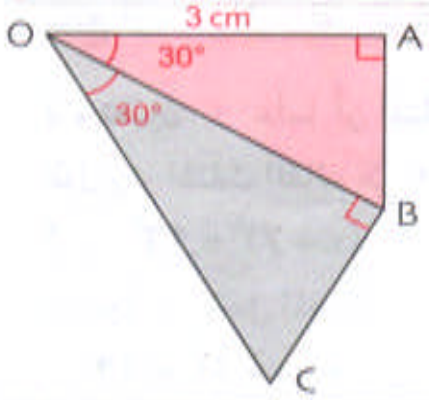
f هي الدالة الخطية ذات المعامل 1,5 -.

1 • احسب $f(0,5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

2 • احسب العدد الذي صورته بالدالة f هي 2 -.

3 • ارسم التمثيل البياني (D) للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O.

التمرين الثالث



1 • لاحظ الشكل المقابل ثم احسب OC.

2 • أعد الرسم و واصل للحصول على مثلث OCD قائم في C بحيث $\widehat{COD} = 30°$ و ليست نقطة من المستقيم (OB).

احسب OD.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

A(-5 ; -1) ، B(3 ; -1) ، C(1 ; 5) نقط من المستوي.

1 • علم النقط A ، B ، C.

2 • برهن أن النقطة D(-1 ; 1) هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

3 • عين B′ نظيرة B بالنسبة إلى المركز D.

المسألة

ساحة مستطيلة الشكل طولها 9,75 m و عرضها 7,28 m نريد تبليطها بواسطة بلاطات مربعة الشكل ضلع كل منها أصغر ما يمكن.

1 • بين أن هذا التبليط ممكن.

2 • احسب عدد البلاطات اللازمة.

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

1 • نشر و تبسيط A.

لدينا $A = (x - 5)(x + 12)$

$= x^2 + 12x - 5x - 60$

$= x^2 + 7x - 60$

و بالتالي $A = x^2 + 7x - 60$

2 • حل المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$

لدينا $x^2 + 7x - 60 = 0$ يعني $(x - 5)(x + 12) = 0$

أي $x - 5 = 0$ أو $x + 12 = 0$

لدينا $x - 5 = 0$ إذن $x = 5$.

و $x + 12 = 0$ إذن $x = -12$.

ينتج أن المعادلة $x^2 + 7x - 60 = 0$ تقبل حلين هما 5 و -12

3 • تعيين x علما أن المثلث قائم و وتره 13 cm.

طول وتر المثلث القائم هو 13.

إذن $13^2 = x^2 + (x + 7)^2$ (حسب نظرية فيثاغورث)

لتعيين x نحل المعادلة $13^2 = x^2 + (x + 7)^2$.

$13^2 = x^2 + (x + 7)^2$ يعني $169 = x^2 + x^2 + 14x + 49$

أي $2x^2 + 14x - 120 = 0$ أي $x^2 + 7x - 60 = 0$

حسب السؤال 2 نحصل على $x = 5$ أو $x = -12$.

بما أن x عدد موجب فإن $x = 5$.

و بالتالي أضلاع المثلث هي 5 cm ؛ 12 cm و 13 cm

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية) .....

1 • حساب $f(0,5)$ ؛ $f(-2)$ ؛ $f\left(\frac{2}{3}\right)$.

معامل الدالة الخطية f هو $-1,5$. إذن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = -1,5x$

لدينا $f(0,5) = (-1,5)\times(0,5) = -0,75$

إذن $f(0,5) = -0,75$

الحلـول

لدينا $f(-2) = (-1,5)\times(-2) = 3$

إذن $\boxed{f(-2) = 3}$

لدينا $f\left(\frac{2}{3}\right) = (-1,5)\times\left(\frac{2}{3}\right)$

$= \left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right) = -1$

إذن $\boxed{f\left(\frac{2}{3}\right) = -1}$

2 • حساب العدد الذي صورته بالدالة f هي 2-.

العدد الذي صورته 2- هو x بحيث $f(x) = -2$.

$f(x) = -2$ يعني $-1,5x = -2$ أي $-\frac{3}{2}x = -2$

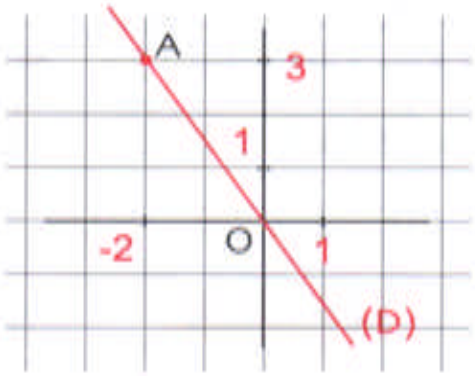
و بالتالي $x = \frac{4}{3}$.

ينتج أن العدد الذي صورته هي 2 - بالدالة f هو العدد $\frac{4}{3}$.

3 • رسم التمثيل البياني (D).

(D) هو مستقيم الذي يشمل النقطة O

و النقطة A(- 2 ; 3) .



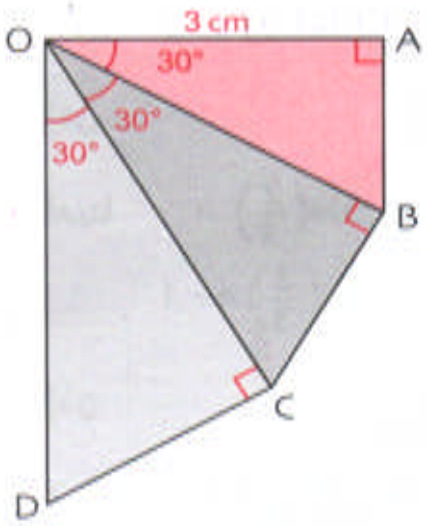
● التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1 • لدينا $\cos\widehat{AOB} = \frac{OA}{OB}$ بالتالي $OB = \frac{OA}{\cos 30°} = \frac{3}{\cos 30°}$.

و لدينا $\cos\widehat{BOC} = \frac{OB}{OC}$ إذن $OC = \frac{OB}{\cos 30°}$

أي $OC = \frac{3}{\cos 30°}\times\frac{1}{\cos 30°}$ أي $OC = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}$

ينتج أن $\boxed{OC = 4\ cm}$



2 • لدينا $\cos\widehat{COD} = \frac{OC}{OD}$

و $OD = \frac{OC}{\cos 30°}$

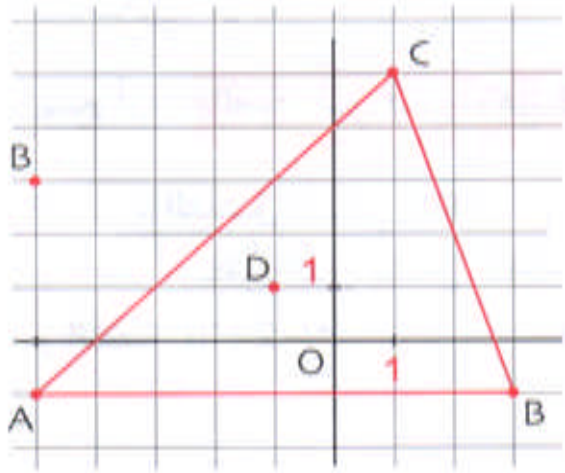
إذن $OD = 4 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 4{,}61$

أي $OD \approx 4{,}6\ cm$

● التمرين الرابع (المعالم)

1 • تعليم النقط A، B، C (لاحظ الشكل).

2 • نبرهن أن D(-1 ; 1) هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.



حساب الأطوال DA، DB، DC.

لدينا $DA = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2}$

$= \sqrt{(-5+1)^2 + (-1-1)^2}$

$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

إذن $DA = 2\sqrt{5}$.

لدينا $DB = \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(3+1)^2 + (-1-1)^2}$

$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

إذن $DB = 2\sqrt{5}$.

لدينا $DC = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(1+1)^2 + (5-1)^2}$

$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

إذن $DC = 2\sqrt{5}$

الحلـول

نلاحظ أن $DA = DB = DC$

إذن D هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

3 • تعيين B′ نظيرة B بالنسبة إلى المركز D يعني D منتصف [BB′].

إذن $x_D = \frac{x_{B'} + x_B}{2}$ و $y_D = \frac{y_{B'} + y_B}{2}$

إذن $-1 = \frac{x_{B'} + 3}{2}$ و $1 = \frac{y_{B'} - 1}{2}$

إذن $x_{B'} = -5$ و $y_{B'} = 3$

أي $B'(-5 ; 3)$

● المسألة

1 • لدينا $7,28\ m = 728\ cm$ و $9,75\ m = 975\ cm$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 728 و 975.

لدينا $975 = 728 \times 1 + 247$

$728 = 247 \times 2 + 234$

$247 = 234 \times 1 + 13$

$234 = 13 \times 18 + 0$

إذن $pgcd\ (728 ; 975) = 13$

لدينا $728 = 13 \times 56$

و $975 = 13 \times 75$

إذن يمكن استعمال بلاطات مربعة ظلعها 13cm و هو أصغر ضلع ممكن

2 • عدد البلاطات وفق الطول هو 75 و وفق العرض هو 56.

إذن عدد البلاطات اللازمة هو 56×75 أي 4200 بلاطة

التمرين الأول

حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} \sqrt{2}\,x + \sqrt{3}\,y = 5 \\ \sqrt{3}\,x + \sqrt{2}\,y = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

التمرين الثاني

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي : $f(x) = 4x - \frac{1}{2}$ و $g(x) = -2x + \frac{5}{2}$.

1 • عين معاملي كل من الدالتين f و g ؟

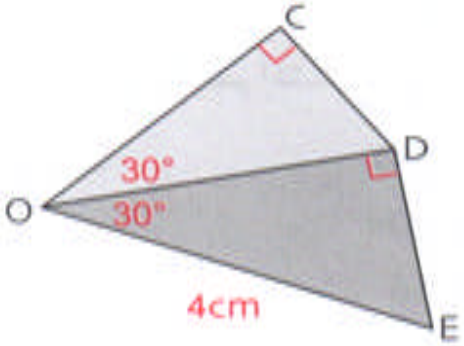
2 • احسب صورة العدد 0 بكل من الدالتين f و g .

3 • حل المعادلة $f(x) = g(x)$. فسّر بيانيا هذه النتيجة.

4 • (d) و (T) هما التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب في معلم متعامد و متجانس مبدؤه النقطة O.

ارسم (d) و (T).

التمرين الثالث



لاحظ الشكل المقابل.

1 • احسب OC.

2 • واصل الرسم للحصول على مثلث OCB قائم في B بحيث $\widehat{COB} = 30°$. احسب OB.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

A (-2 ; 2) ؛ B (-3 ; -1) ؛ C (0 ; -2) نقط من المستوي.

1 • برهن أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين.

2 • عين إحداثيي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

● ● المسألة

يبلغ عمر ولد 6 سنوات و عمر أمه 28 سنة.

بعد كم سنة يصبح عمر الأم ضعف عمر إبنها ؟

ما هو حينئذ عمر كل من الأم و ابنها ؟

إذن $x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

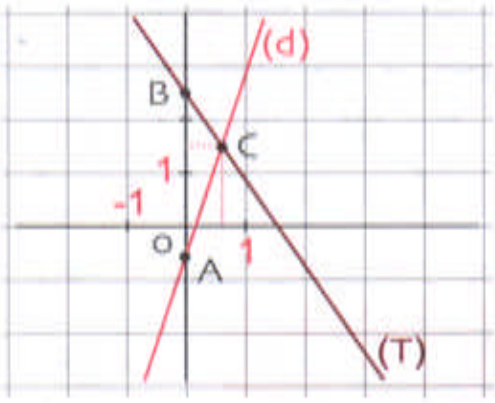
و بالتالي المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{1}{2}$

التفسير البياني : العدد $\frac{1}{2}$ هو فاصلة نقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة f و التمثيل البياني للدالة g .

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{1}{2}\right)$ و هو أيضا $g\left(\frac{1}{2}\right)$

لدينا $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

و بالتالي المستقيمان (T) و (d) يتقاطعان في النقطة $C\left(\frac{1}{2} ; \frac{3}{2}\right)$



4 • رسم (d) و (T).

النقطة $A\left(0 ; -\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى (d).

النقطة $B\left(0 ; \frac{5}{2}\right)$ تنتمي إلى (T).

النقطة $C\left(\frac{1}{2} ; \frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (d) و (T).

(d) هو المستقيم (AC)

و (T) المستقيم (BC).

● التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

1 • لدينا $\cos \widehat{EOD} = \frac{OD}{OE}$ و $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OD}$ و $OE = 4cm$.

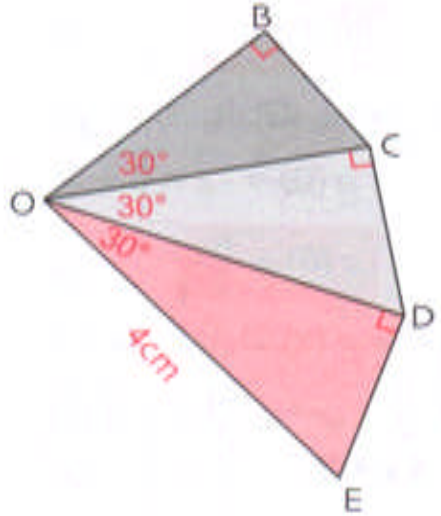
إذن $OD = OE \times \cos \widehat{EOD}$. و بالتالي $\cos \widehat{DOC} = \frac{OC}{OE \times \cos \widehat{EOD}}$

ينتج أن $OC = \cos \widehat{DOC} \times \cos \widehat{EOD} \times OE$

إذن $OC = \cos 30° \times \cos 30° \times 4$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 3$

أي $OC = 3cm$



2 • لدينا $\cos \widehat{COB} = \frac{OB}{OC}$

إذن $OB = OC \times \cos \widehat{COB}$

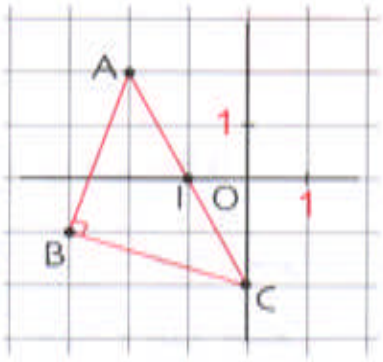
أي $OB = OC \times \cos 30°$ أي $OB = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

ينتج أن $OB \approx 2,6cm$

● التمرين الرابع (المعالم)

1 • البرهان على أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين.

تعليم النقط A، B و C و رسم المثلث ABC. (الشكل)



حساب الأطوال AB ؛ AC ؛ BC.

• لدينا $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$= \sqrt{(-3 + 2)^2 + (-1 - 2)^2}$

$= \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

إذن $AB = \sqrt{10}$

• لدينا $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$

$= \sqrt{(0 + 2)^2 + (-2 - 2)^2}$

$= \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

إذن $AC = 2\sqrt{5}$

• لدينا $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$= \sqrt{(0 + 3)^2 + (-2 + 1)^2}$

$= \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

إذن $BC = \sqrt{10}$

نلاحظ أن $AB = BC$. إذن المثلث ABC متساوي الساقين

• حساب AB^2 ؛ AC^2 ؛ BC^2.

لدينا $AB^2 = 10$ ؛ $AC^2 = 20$ ؛ $BC^2 = 10$.

نلاحظ أن $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

ينتج حسب النظرية العكسية لنظرية فيتاغورث أن المثلث ABC قائم في B

2 • تعيين إحداثيي I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

بما أن المثلث ABC قائم في B

فإن مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو منتصف الوتر [AC].

لدينا $x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2 + 0}{2} = -1$

و $y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$

إذن I (-1 ; 0) هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

المسألة

نضع x عدد السنوات التي يصبح بعدها عمر الأم ضعف عمر ابنها

حيث x عدد طبيعي.

لإيجاد x نحل المعادلة $28 + x = 2(6 + x)$

$28 + x = 2(6 + x)$ يعني $28 + x = 12 + 2x$

ينتج أن $x = 16$.

و بالتالي يصبح عمر الأم ضعف عمر ابنها بعد 16 سنة.

لدينا $28 + 16 = 44$ و $6 + 16 = 22$

و بالتالي بعد 16 سنة يكون عمر الأم 44 سنة و عمر الإبن 22 سنة

التمرين الأول

1 • اكتب كلا من العددين a و b على الشكل $c + d\sqrt{3}$ حيث c و d عددان طبيعيان.

$a = 2(1+\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6$ ؛ $b = 4\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$

2 • اكتب $\frac{a}{b}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

التمرين الثاني

f هي الدالة الخطية المعرفة كما يلي : $f(x) = x\sqrt{3}$.

1 • عيّن معامل الدالة الخطية f.

2 • عيّن صورة كل من الأعداد التالية : $\sqrt{3}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ؛ 1 ؛ 3.

3 • عيّن الأعداد التي صورتها بالدالة f هي $\sqrt{2}$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ؛ -3 على الترتيب.

التمرين الثالث

هذه العلامات تحصلت عليها ليلى خلال الفصل الأول في الرياضيات.

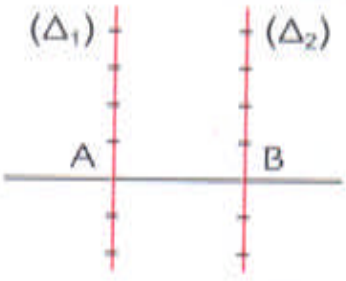
13 ؛ 14 ؛ 9 ؛ 7 ؛ 10 ؛ 12 ؛ 10 ؛ 14.

1 • احسب معدل علامات ليلى في الرياضيات بتقريب 0,01 بالزيادة.

2 • احسب وسيط سلسلة هذه العلامات.

التمرين الرابع

في الشكل المقابل، المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2) متوازيان و مدرّجان تدريجا منتظما و بنفس الوحدة.



1 • انشئ النقطة M من القطعة [AB] بحيث $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. برّر كيفية الإنشاء.

2 • انشئ النقطة N من المستقيم (AB) تختلف عن M بحيث $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$.

المسألة

إشترى صانع صفيحة من الزجاج عرضها 81cm و طولها 108 cm.

يريد تقطيعها إلى مربعات متماثلة ذات مساحة أكبر ما يمكن.

• ما هو طول ضلع كل مربع و ما هو عدد المربعات التي يمكن تقطيعها ؟

● التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 • لدينا

$$a = 2(1+\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 6$$
$$= 2(1 + 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) - 2\sqrt{3} + 6$$
$$= 2(1 + 3 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$
$$= 2(4 + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 6$$
$$= 8 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6$$
$$= 14 + 2\sqrt{3}$$

إذن $a = 14 + 2\sqrt{3}$

لدينا

$$b = 4\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$$
$$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3} + 4 \times 3$$
$$= 12 + 4\sqrt{3}$$

إذن $b = 12 + 4\sqrt{3}$

2 • لدينا

$$\frac{a}{b} = \frac{14 + 2\sqrt{3}}{12 + 4\sqrt{3}} = \frac{2(7+\sqrt{3})}{2(6+2\sqrt{3})}$$
$$= \frac{7+\sqrt{3}}{6+2\sqrt{3}} = \frac{(7+\sqrt{3})(6-2\sqrt{3})}{(6+2\sqrt{3})(6-2\sqrt{3})}$$
$$= \frac{42 - 14\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2 \times (\sqrt{3})^2}{6^2 - (2\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{42 - 8\sqrt{3} - 6}{36 - 12} = \frac{36 - 8\sqrt{3}}{24}$$
$$= \frac{4(9 - 2\sqrt{3})}{4 \times 6} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6}$$

إذن $\frac{a}{b} = \frac{9 - 2\sqrt{3}}{6}$

الحلـــول

● التمرين الثاني (الدوال الخطية - التناسبية) .....

1 • معامل الدالة الخطية f هو $\sqrt{3}$.

2 • تعيين صور الأعداد .

• صورة $\sqrt{3}$ هي $f(\sqrt{3})$ أي $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$.

إذن $f(\sqrt{3}) = 3$

• صورة $\frac{1}{\sqrt{3}}$ هي $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ أي $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$.

إذن $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 1$

• صورة 1 هي $f(1)$ أي $f(1) = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$.

إذن $f(1) = \sqrt{3}$

• صورة 3 هي $f(3)$ أي $f(3) = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$.

إذن $f(3) = 3\sqrt{3}$

3 • تعيين سوابق الأعداد .

• سابقة $\sqrt{2}$ هي العدد x بحيث $f(x) = \sqrt{2}$.

$f(x) = \sqrt{2}$ يعني $x\sqrt{3} = \sqrt{2}$.

إذن $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

و بالتالي سابقة $\sqrt{2}$ هي $\frac{\sqrt{6}}{3}$

• سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي العدد x بحيث $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ يعني $x\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

إذن $x = \frac{1}{\sqrt{6}}$ أي $x = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

و بالتالي سابقة $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي $\frac{\sqrt{6}}{6}$

• سابقة 3- هي العدد x بحيث $f(x) = -3$.

$f(x) = -3$ يعني $\sqrt{3}x = -3$.

إذن $x = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

و بالتالي سابقة 3- هي $-\sqrt{3}$

● التمرين الثالث (الإحصاء)

1 • حساب معدل علامات ليلى في الرياضيات.

عدد العلامات هو 8. (أي التركار الكلي لهذاه السلسلة هو 8).

معدل العلامات هو الوسط $\bar{x}$ لهذه السلسلة.

تكرار كل قيمة يبينه الجدول التالي :

العلامة	7	9	10	12	13	14
التكرار	1	1	2	1	1	2

إذن $\bar{x} = \frac{7\times1 + 9\times1 + 10\times2 + 12\times1 + 13\times1 + 14\times2}{8}$

إذن $\bar{x} = \frac{89}{8}$ أي $\bar{x} \approx 11{,}13$

و بالتالي معدل علامات ليلى هو 11,13

2 • حساب وسيط السلسلة.

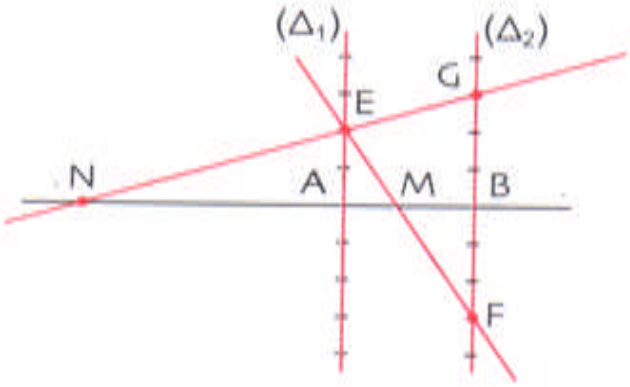
عدد القيم زوجي و وسيط السلسلة هو وسط القيمتين المركزيتين.

القيمتان المركزيتان هما 10 و 12.

وسط القيمتين 10 و 12 هو $\frac{10 + 12}{2}$ أي 11.

إذن وسيط السلسلة هو 11

● التمرين الرابع (خاصية طالس) .....



1 • نختار نقطة E من (Δ_1) بحيث $AE = 2$ و F نقطة من (Δ_2) بحيث $BF = 3$.

المستقيم (EF) يقطع القطعة [AB] في M.

نحصل على مثلثين MAE و MBF في وضعية طالس.

ينتج أن $\frac{MA}{MB} = \frac{AE}{BF} = \frac{2}{3}$.

إذن النقطة M المحصل عليها هي النقطة الوحيدة من [AB] بحيث $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$

2 • للحصول على النقطة N، نعين النقطة G نظيرة F بالنسبة إلى B.

المستقيم (EG) يقطع المستقيم (AB) في N.

المثلثان NAE و NBG في وضعية طالس إذن $\frac{NA}{NB} = \frac{AE}{BG}$ أي $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$

إذن النقطة N هي النقطة الوحيدة من (AB) التي تختلف عن M و تحقق $\frac{NA}{NB} = \frac{2}{3}$

● المسألة

حساب pgcd (108 ; 81)

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $108 = 81 \times 1 + 7$ و $81 = 27 \times 3 + 0$ •

إذن pgcd (108 ; 81) = 27

بما أن pgcd (108 ; 81) = 27

فإن أكبر ضلع للمربع هو 27 cm.

لدينا $81 = 27 \times 3$ و $108 = 27 \times 4$.

إذن يمكن تقطيع 3 مربعات وفق عرض الصفيحة و 4 مربعات وفق طول الصفيحة.

و بالتالي عدد المربعات التي يمكن تقطيعها هو 4×3 أي 12 مربعا.

التمرين الأول

1 • حلل إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى كلا من العبارتين التاليتين :

$$E = (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2)$$

$$F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9)$$

2 • احسب قيمة E من أجل $x = \frac{3}{2}$.

احسب قيمة F من أجل $x = \frac{3}{5}$.

التمرين الثاني

ABCD مربع مركزه O و قطره 4cm.

1 • أنشئ النقط E، F، G و H صور النقط A، B، C و D على الترتيب بالدوران الذي مركزه O و زاويته 45° و في الاتجاه غير المباشر.

2 • ما هو نوع الرباعي EFGH ؟

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

A (0 ; -2) ؛ B (-6 ; -5) ؛ C (-3 ; 1) نقط من المستوي.

1 • علم النقط A، B و C.

2 • برهن أن المثلث ABC متساوي الساقين.

3 • ليكن I منتصف القطعة [AC].

• عين إحداثيي I. • عين إحداثي D نظيرة B بالنسبة إلى I.

• ما هي طبيعة الرباعي ABCD؟

التمرين الرابع

1 • عين الدالة التآلفية f التي تمثيلها البياني

يشمل النقطتين $E\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$ و F (-6 ; -5).

2 • عين صورة العدد 1- بالدالة f.

3 • ما هو العدد الذي صورته بالدالة f هو 1- ؟

● ● المسألة

ثمن 4 كيلو غرامات من البطاطا و 3 كيلو غرامات من الطماطم هو 305 دينارا.

و ثمن كيلو غرامين من البطاطا و 5 كيلو غرامات من الطماطم هو 345 دينارا.

ما هو ثمن الكيلو غرام الواحد من البطاطا و ثمن الكيلو غرام الواحد من الطماطم ؟

● التمرين الأول (الحساب الحرفي - المتطابقات الشهيرة)

1 • تحليل E.

لدينا $E = (3x - 2)^2 - (x + 1)(3x - 2)$

$= (3x - 2)[(3x - 2) - (x + 1)]$

$(3x - 2)$ عامل مشترك.

$= (3x - 2)(3x - 2 - x - 1)$

و بالتالي $E = (3x - 2)(2x - 3)$

• تحليل F.

لدينا $25x^2 - 9 = (5x)^2 - 3^2 = (5x - 3)(5x + 3)$

إذن $F = (5x - 3)^2 + 4(25x^2 - 9)$

$= (5x - 3)^2 + 4(5x - 3)(5x + 3)$

$= (5x - 3)[(5x - 3) + 4(5x + 3)]$

$= (5x - 3)(25x + 9)$

و بالتالي $F = (5x - 3)(25x + 9)$

2 • حساب قيمة E من أجل $x = \frac{3}{2}$.

نعوض x بالعدد $\frac{3}{2}$ في E فينتج أن $E = \left(2\times\frac{3}{2} - 2\right)\left(2\times\frac{3}{2} - 3\right)$

أي $E = 0\times 0 = 0$. ينتج أن $E = 0$ من أجل $x = \frac{3}{2}$

• حساب قيمة F من أجل $x = -\frac{3}{5}$.

نعوض x بالعدد $\frac{3}{5}$ في F فينتج أن $F = \left(5\times\frac{3}{5} - 3\right)\left(25\times\frac{3}{5} + 9\right)$

أي $F = 0\times\left(25\times\frac{3}{5} + 9\right) = 0$. إذن $F = 0$ من أجل $x = \frac{3}{5}$

● التمرين الثاني (الدوران)

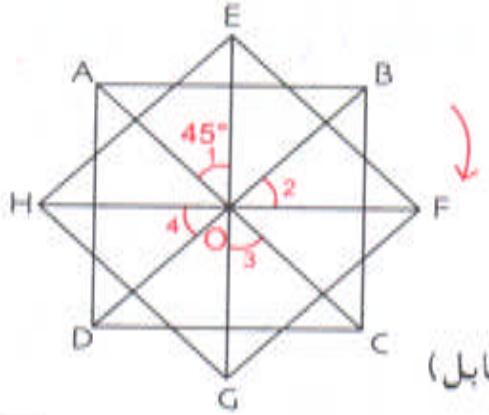
1 • النقط E، F، G و H هي صور A، B، C و D على الترتيب بالدوران المذكور، إذن $OE = OA$

$OF = OB$

$OG = OC$

$OH = OD$

و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \hat{O}_4 = 45°$

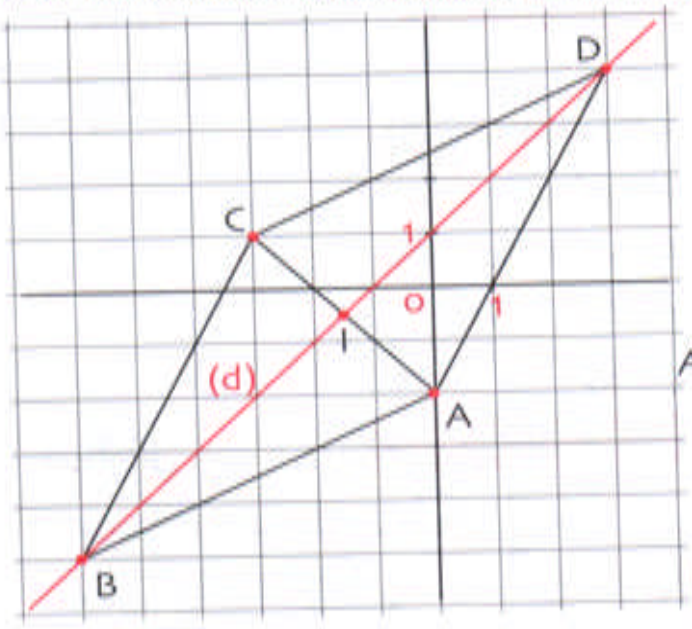


(لاحظ النقط E، F، G و H على الشكل المقابل)

2 • EFGH هو صورة المربع ABCD بالدوران الذي مركزه O و زاويته 45° و في الإتجاه غير المباشر. (أي إتجاه عقارب الساعة).

نعلم أن الدوران يحافظ على نوع الشكل إذن EFGH هو مربع

● **التمرين الثالث (المعالم)** .....



1 • تعليم النقط A، B و C.

(لاحظ الشكل)

2 • البرهان على أن المثلث ABC متساوي الساقين.

لدينا $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$= (-6 - 0)^2 + (-5 + 2)^2$

$= 36 + 9 = 45$

إذن $AB^2 = 45$ أي $AB = 3\sqrt{5}$

لدينا $BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$= (-3 + 6)^2 + (1 + 5)^2$

$= 9 + 36 = 45$

إذن $BC^2 = 45$. و بالتالي $BC = 3\sqrt{5}$.

في المثلث ABC لدينا $AB = BC$ إذن المثلث ABC متساوي الساقين

3 • تعيين إحداثيي I منتصف [AC].

لدينا $x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + (-3)}{2} = \frac{-3}{2}$ و $y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2}$

إذن إحداثيا I هما $\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$ أي $I\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

• تعيين إحداثيي D نظيرة B بالنسبة إلى I.

D نظيرة B بالنسبة إلى I يعني I منتصف [BD].

الحلـــول

لدينا $x_I = \frac{x_B + x_D}{2}$ أي $\frac{-3}{2} = \frac{-6 + x_D}{2}$

إذن $-3 = -6 + x_D$ و بالتالي $x_D = 3$.

و لدينا $y_I = \frac{y_B + y_D}{2}$ أي $-\frac{1}{2} = \frac{-5 + y_D}{2}$

إذن $-1 = -5 + y_D$ و بالتالي $y_D = 4$.

ينتج أن إحداثيا D نظيرة B بالنسبة إلى I هما (4 ; 3).

أي **D (3 ; 4)**

• تعيين طبيعة الرباعي ABCD.

لدينا $AB = BC$ و $CD = DA$ و للقطرين [AC] و [BD] نفس المنتصف I.

إذن **الرباعي ABCD معين**

● التمرين الرابع (الدوال التآلفية) .....

1 • تعيين الدالة التآلفية f.

لدينا التمثيل البياني (d) للدالة f يشمل $E\left(-\frac{3}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$ و F (-6 ; -5)

يعني $f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ و $f(-6) = -5$.

الدالة f معرفة بعبارة من الشكل $f(x) = ax + b$.

لدينا $a = \frac{f(-6) - f\left(-\frac{3}{2}\right)}{-6 + \frac{3}{2}} = \frac{-5 + \frac{1}{2}}{-\frac{9}{2}} = \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{9}{2}} = 1$

إذن $a = 1$.

لدينا $f(-6) = -5$. إذن $-6a + b = -5$.

و بالتالي $-6 \times 1 + b = -5$ ينتج أن $b = 1$.

إذن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = x + 1$.

2 • صورة العدد 1- هو $f(-1)$. لدينا $f(-1) = -1 + 1 = 0$.

إذن **$f(-1) = 0$**

3 • تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي 1-.

نبحث عن x حيث $f(x) = -1$.

$f(x) = -1$ يعني $x + 1 = -1$. إذن $a = -2$.

ينتج أن $f(-2) = -1$.

● المسألة

نضع x ثمن الكيلو غرام الواحد من البطاطا و y ثمن الكيلو غرام الواحد من الطماطم. لدينا $4x + 3y = 305$ و $2x + 5y = 345$.

لتعيين x و y نحل الجملة $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$

نستعمل طريقة الجمع.

لدينا $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$

يعني $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -2(2x - 5y) = -2(345) \end{cases}$

أي $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ -4x - 10y = -690 \end{cases}$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $-7y = -385$

و بالتالي $y = \frac{-385}{-7}$ أي $y = 55$.

بتعويض y بالعدد 55 في المعادلة $4x + 3y = 305$ نجد $4x + 165 = 305$

أي $4x = 140$ إذن $x = \frac{140}{4}$ أي $x = 35$.

و بالتالي الجملة $\begin{cases} 4x + 3y = 305 \\ 2x + 5y = 345 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $(35 ; 55)$.

إذن ثمن الكيلوغرام الواحد من البطاطا هو 35 دينارا.
و ثمن الكيلوغرام الواحد من الطماطم هو 55 دينارا.

التمرين الأول

1 • احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020.

2 • أوجد الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$.

التمرين الثاني

حل جملة المعادلتين التالية : $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ و (d) هو التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

1 • هل النقطة A(-2 ; 3) تنتمي إلى (d) ؟

2 • برهن أن النقطتين B(2 ; -1) و C(4 ; -6) تنتميان إلى (d).

3 • ارسم المستقيم (d).

التمرين الرابع

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساس A.

1 • أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$.

2 • برهن أن المثلث ABE متساوي الساقين.

3 • لتكن I منتصف [AC] و J منتصف [BE]. برهن أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$.

● المسألة

يقترح نادي رياضي في كرة القدم صيغتين لمشاهدة 20 مقابلة تجرى على ملعبه خلال الموسم الرياضي.

الصيغة الأولى : دفع 55 دينارا لتذكرة الدخول.

الصيغة الثانية : إشتراك قدره 600 دينارا و دفع في كل مرة 5 دنانير عند الدخول.

ابتداء من أي عدد من المقابلات تكون الصيغة الثانية هي الأفضل للجمهور ؟

الموضوع 11

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة) .....

1 • حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $3468 = 1020 \times 3 + 408$

$1020 = 408 \times 2 + 204$

$408 = 204 \times 2 + 0$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 3468 و 1020 هو 204.

أي $\text{pgcd}(3468\ ;\ 1020) = 204$

2 • اختزال الكسر $\frac{3468}{1020}$

لدينا $1020 = 204 \times 5$ و $3468 = 204 \times 17$.

إذن $\frac{3468}{1020} = \frac{204 \times 17}{204 \times 5} = \frac{17}{5}$

و بالتالي الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{3468}{1020}$ هو $\frac{17}{5}$

● التمرين الثاني (حل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين) .....

نحل الجملة $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ باستعمال طريقة الجمع.

لدينا $\begin{cases} (2x - 3y) \times 2 = -1 \times 2 \\ (-7x + 2y) \times 3 = -2 \times 3 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 4x - 6y = -2 \\ -21x + 6y = 6 \end{cases}$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $(4x - 6y) + (-21x + 6y) = -2 + 6$.

ينتج أن $-17x = 4$. إذن $x = -\frac{4}{17}$.

نعوض x بالعدد $-\frac{4}{17}$ في المعادلة $2x - 3y = -1$

فنتحصل على المعادلة $2\left(\frac{-4}{17}\right) - 3y = -1$ أي $-3y = -1 + \frac{8}{17}$

أي $-3y = -\frac{9}{17}$ إذن $y = \frac{3}{17}$.

ينتج أن الجملة $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ -7x + 2y = 2 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $\left(-\frac{4}{17} ; \frac{3}{17}\right)$

● التمرين الثالث (الدول التآلفية)

1 • لدينا $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2) + 4 = 5 + 4 = 9$

إذن $f(-2) = 9$.

نلاحظ أن $f(-2) \neq 3$. إذن النقطة A(-2 ; 3) لا تنتمي إلى (d)

2 • لدينا $f(2) = -\frac{5}{2}(2) + 4 = -5 + 4 = -1$

إذن $f(2) = -1$

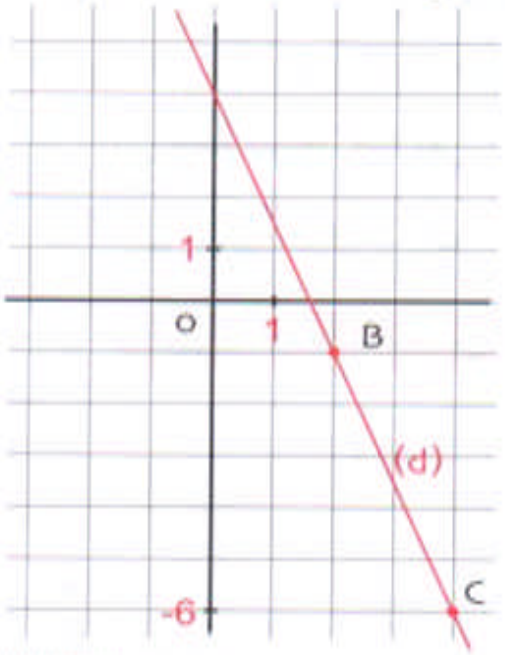
ينتج أن النقطة B(2 ; -1) تنتمي إلى (d)

و لدينا $f(4) = -\frac{5}{2}(4) + 4$

$= -10 + 4 = -6$

إذن $f(4) = -6$

ينتج أن النقطة C(4 ; -6) تنتمي إلى (d)

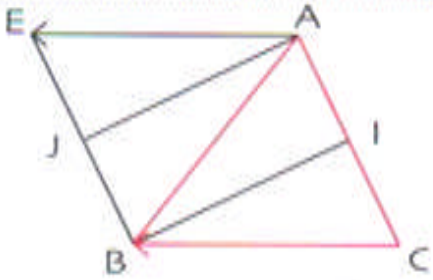


3 • تعليم النقطتين B ، C و رسم (d).

التمثيل البياني (d) للدالة التآلفية f

يشمل النقطتين B و C.

● التمرين الرابع (الأشعة و الإنسحاب)



1 • إنشاء النقطة E.

لدينا $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$

إذن ACBE متوازي الأضلاع.

يكفي إتمام رسم متوازي الأضلاع ACBE

للحصول على النقطة E، و هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع ACBE.

2 • ACBE متوازي الأضلاع إذن AC = EB.

و بما أن AC = AB فإن AB = EB.

و بالتالي المثلث ABE متساوي الساقين رأسه الأساسي B

3 • للرباعي AIBJ ضلعان متوازيان و متقايسان هما [AI] و [BJ].

إذن الرباعي AIBJ متوازي الأضلاع. ينتج أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JB}$

المسألة

نضع x عدد المقابلات التي سيشاهدها مناصر لهذا الفريق في الموسم.

حسب الصيغة الأولى، يدفع هذا المناصر $55x$ دينارا.

و حسب الصيغة الثانية، يدفع $(600 + 5x)$ دينارا.

تكون الصيغة الثانية هي الأفضل إذا كان $600 + 5x < 55x$.

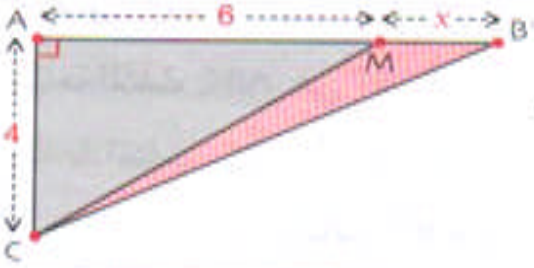
لتعيين x نحل المتراجحة $600 + 5x < 55x$.

هذه المتراجحة تبسط كما يلي : $600 < 50x$

و بالتالي $x > \frac{600}{50}$. أي $x > 12$

إذن تكون الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداء من 13 مقابلة يحضرها هذا المناصر

التمرين الأول



في الشكل المقابل M هي نقطة من القطعة [AB]. وحدة الطول هي السنتيمتر.

من أجل أية قيم للعدد x تكون مساحة المثلث ABC أصغر من $30\,cm^2$ ؟

التمرين الثاني

1 • حلّل إلى جداء عاملين العبارة E التالية :

$$E = (3x - 2)(x + 2) - (9x^2 - 4)$$

2 • حل المعادلة $E = 0$.

التمرين الثالث

f هي الدالة التآلفية المعرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$.

(d) هو التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

1 • هل النقطتان A (-2 ; 2) و B (2 ; 0) تنتميان إلى (d) ؟

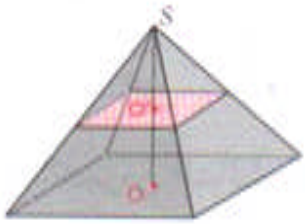
2 • ارسم المستقيم (d) ؟

3 • هل النقطة C $(1 ; \frac{1}{3})$ تنتمي إلى (d) ؟

التمرين الرابع

هرم منتظم حجمه $0{,}576\,dm^3$ قاعدته مربعة مساحتها $1{,}44\,dm^2$ (انظر الشكل).

S هو رأس الهرم، O مركز قاعدته.



1 • احسب ارتفاع الهرم.

2 • يُقطع هذا الهرم بمستو يوازي قاعدته و في منتصف ارتفاعه، فينتج هرم مصغر مركز قاعدته O' و جذع هرم.

احسب حجم جذع الهرم.

المسألة

أقلعت طائرة لأداء مهمة مراقبة من قاعدتها على الساعة $8\,h$. و بعد قطع مسافة عادت إلى قاعدتها متّبعة نفس الخط، فحطت على الساعة $11\,h\ 30\,min$.

إذا كانت سرعتها المتوسطة في الذهاب $960\,km/h$ و في الإياب $720\,km/h$.

فما هي مدة قطع المسافة في الذهاب و مدة قطعها في الإياب ؟

الموضوع 12

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

مساحة المثلث ABC هي $\frac{1}{2}\left(4\times(6+x)\right)$ cm² أي $(12+2x)$ cm² حيث $x \geq 0$.

مساحة المثلث ABC أصغر من 30cm² يعني $12+2x<30$

أي $2x<18$ و بالتالي $x<9$.

إذن تكون مساحة المثلث ABC أصغر من 30cm² إذا كان $0 \leq x<9$

● التمرين الثاني (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

1 • تحليل العبارة E.

لدينا $E=(3x-2)(x+2)-(9x^2-4)$

$=(3x-2)(x+3)-(3x-2)(3x+2)$

$=(3x-2)[(x+3)-(3x+2)]$

$=(3x-2)(x+3-3x-2)$

إذن $E=(3x-2)(-2x+1)$

2 • حل المعادلة $E=0$.

$E=0$ يعني $(3x-2)(-2x+1)=0$.

أي $3x-2=0$ أو $-2x+1=0$

$3x-2=0$ يعني $3x=2$ إذن $x=\frac{2}{3}$.

و $-2x+1=0$ يعني $2x=1$ إذن $x=\frac{1}{2}$.

و بالتالي المعادلة $E=0$ تقبل حلين هما $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{2}$

● التمرين الثالث (الدوال التآلفية) .....

1 • حساب صورة 2- و صورة 2 بالدالة f .

لدينا $f(-2)=-\frac{1}{2}(-2)+1$.

$=1+1=2$

إذن $f(-2)=2$

و لدينا $f(2)=-\frac{1}{2}(2)+1=-1+1=0$.

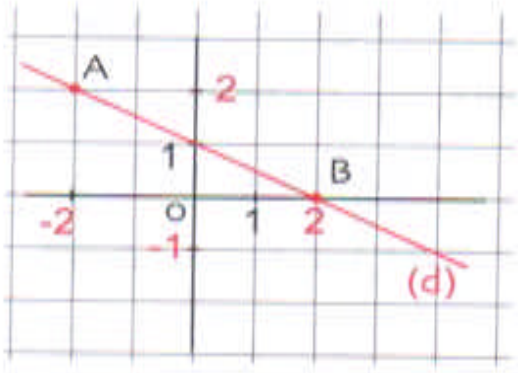
إذن $f(2)=0$

الحلـــول

بما أن $f(-2) = 2$ فإن النقطة A (-2 ; 2) تنتمي إلى (d)

و بما أن $f(2) = 0$ فإن النقطة B (2 ; 0) تنتمي إلى (d)

2 • رسم المستقيم (d).



المستقيم (d) هو المستقيم (AB).

3 • لدينا $f(1) = -\frac{1}{2}(1) + 1 =$.

$= -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

إذن $f(1) = \frac{1}{2}$

بما أن $f(1) \neq \frac{1}{3}$ فإن النقطة $(1 ; \frac{1}{3})$ لا تنتمي إلى (d)

● **التمرين الرابع** (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلة - المقاطع المستوية) .....

1 • حساب الارتفاع OS حيث $0,576 = \frac{1}{3} \times 1,44 \times OS$

إذن $OS = \frac{3 \times 0,576}{1,44} = 1,2$.

و بالتالي إرتفاع الهرم هو 1,2dm

2 • حجم جذع الهرم هو فرق حجم الهرم الأصلي و حجم الهرم المصغر.

ارتفاع الهرم المصغر هو $\frac{1}{2}$ OS

و نسبة التصغير هي نسبة الارتفاعين (أي نسبة الارتفاعين هي $\frac{1}{2}$) .

نسبة حجم الهرم المصغر على حجم الهرم الأصلي هي $\left(\frac{1}{2}\right)^3$.

نسمي V حجم الهرم المصغر.

لدينا $\frac{V}{0,576} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

ينتج أن $V = \frac{0,576}{8} = 0,072$.

حجم جذع الهرم هو 0,072 - 0,576 أي 0,504.

إذن حجم جذع الهرم هو $0,504\ dm^3$

المسألة

نضع x هي مسافة الذهاب و هي أيضا مسافة الإياب.

و نضع t_1 مدة قطع هذه المسافة عند الذهاب و t_2 مدة قطعها عند الإياب.

لدينا $x = 960\,t_1$ و $x = 720\,t_2$ أي $960\,t_1 = 720\,t_2$

لدينا أيضا $t_1 + t_2 = 3h\,30\,min$ أي $t_1 + t_2 = 210\,min$

لتعيين t_1 و t_2 نحل الجملة $\begin{cases} 960\,t_1 = 720\,t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases}$

هذه الجملة تبسط على الشكل $\begin{cases} 4\,t_1 = 3\,t_2 \\ t_1 + t_2 = 210 \end{cases}$

هذه الجملة تكتب أيضا $\begin{cases} 4\,t_1 - 3\,t_2 = 0 \\ 3\,t_1 + 3\,t_2 = 630 \end{cases}$

بجمع طرف لطرف المعادلتين نجد $7\,t_1 = 630$.

و بالتالي $t_1 = 90$.

بتعويض t_1 بالعدد 90 في المعادلة $t_1 + t_2 = 210$ نجد $t_2 = 120$.

و بالتالي مدة الذهاب هي $90\,min$ أي $1h\,30\,min$

مدة الأياب هي $120\,min$ أي $2h$

التمرين الأول

اكتب العدد $\frac{5,6}{2,45}$ على شكل كسر غير قابل للإختزال.

التمرين الثاني

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

$A\left(-3\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ و $B(1\ ;\ 4)$ نقطتان من المستوي و $\vec{v}(2\ ;\ -1)$ شعاع.

1 • علم النقطتين A و B.

2 • لتكن A′ صورة A و B′ صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$.

• عين إحداثيي A′ و B′.

• علم النقطتين A′ و B′ في المعلم السابق.

• ماهي طبيعة الرباعي AA′B′B ؟

التمرين الثالث

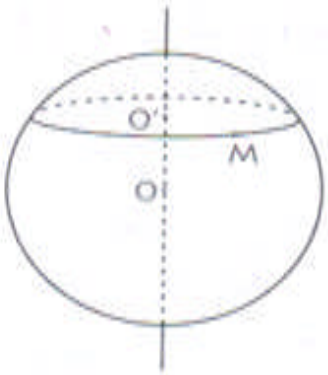
المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = -3x + 2$

1 • عين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f.

2 • أنشئ (D) التمثيل البياني للدالة f في المعلم السابق.

التمرين الرابع



يمثل الشكل المقابل كرة مركزها O و قطرها 4cm مقطوعة بمستو وفق دائرة مركزها O′ بحيث $OO' = 1,6cm$.

1 • M نقطة من هذه الدائرة.

• ما نوع المثلث OO′M ؟

• مثّل بالقياسات الحقيقية المثلث OO′M.

2 • احسب نصف قطر هذه الدائرة.

المسألة

اشترى رضا كراسين و 3 أقلام بثمن 45 دينارا و اشترى سمير 4 كراسات و قلما واحدا من نفس النوع بثمن 55 دينارا.

ما هو ثمن الكراس الواحد و ما هو ثمن القلم الواحد ؟

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة) .....

لدينا $\frac{560}{245} = \frac{5,6}{2,45}$

• حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $560 = 245\times2 + 70$

$245 = 70\times3 + 35$

$70 = 35\times2 + 0$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 560 و 245 هو 35.

أي $\text{pgcd}(560 ; 245) = 35$

• اختزال الكسر $\frac{560}{245}$.

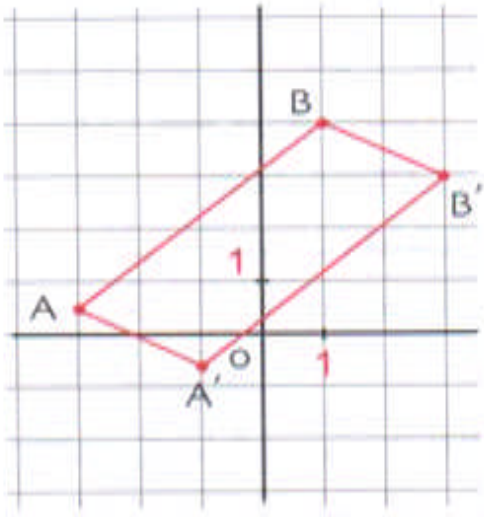
لدينا $560 = 35\times16$ و $245 = 35\times7$.

إذن $\frac{560}{245} = \frac{35\times16}{35\times7} = \frac{16}{7}$

ينتج أن $\frac{560}{245} = \frac{16}{7}$

و بالتالي $\frac{16}{7}$ هو الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي العدد $\frac{5,6}{2,45}$.

● التمرين الثاني (المعالم) .....



1 • تعليم النقطتين A و B. (لاحظ الشكل)

2 • تعيين إحداثيي A' و B'.

A' صورة A بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$

يعني $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$.

لدينا $x_{A'} - x_A = x_{A'} + 3$

و $y_{A'} - y_A = y_{A'} - \frac{1}{2}$

$\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ يعني $x_{A'} + 3 = 2$

و $y_{A'} - \frac{1}{2} = -1$

ينتج أن $x_{A'} = -1$ و $y_{A'} = -\frac{1}{2}$. أي $A'\left(-1 ; -\frac{1}{2}\right)$

الحلـول

B′ صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}$ يعني $\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$.

لدينا $x_{B'} - x_B = x_{B'} - 1$

و $y_{B'} - y_B = y_{B'} - 4$

$\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$ يعني $x_{B'} - 1 = 2$ و $y_{B'} - 4 = -1$

ينتج أن $x_{B'} = 3$ و $y_{B'} = 3$. أي **B′(3 ; 3)**

- تعليم النقطتين A′ و B′ (لاحظ الشكل)
- تعيين طبيعة الرباعي AA′B′B.

لدينا $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$ و $\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$. إذن $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'}$.

و بالتالي **الرباعي AA′B′B متوازي أضلاع**

● التمرين الثالث (الدوال التآلفية) .....

1 • تعيين صورة كل من العددين 1 و 0 بالدالة f.

لدينا $f(1) = -3 \times 1 + 2$

$= -3 + 2 = -1$

إذن $f(1) = -1$.

و لدينا $f(0) = -3 \times 0 + 2 = 2$. إذن **$f(1) = -1$ و $f(0) = 2$**

2 • إنشاء التمثيل البياني (D) للدالة f.

$f(1) = -1$ إذن النقطة A(1 ; -1)

تنتمي إلى (D)

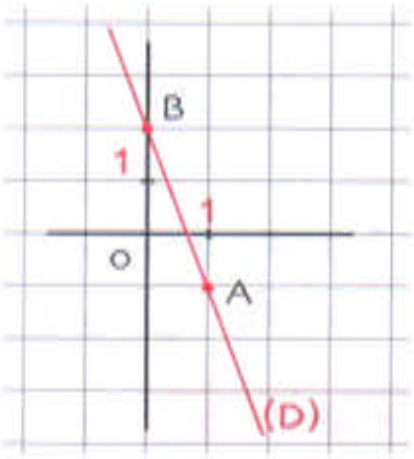
$f(0) = 2$ إذن النقطة B(0 ; 2)

تنتمي إلى (D).

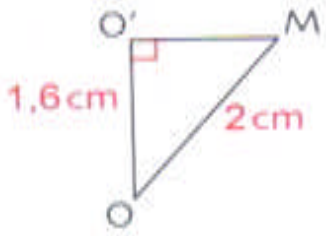
التمثيل البياني (D) للدالة f هو المستقيم (AB).

لإنشاء (D) نعلم النقطتين

A(1 ; -1) و B(0 ; 2) و نرسم (AB).



● التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء - الكرة و المجلة - المقاطع المستوية) .....



1 • المثلث $OO'M$ قائم في O'.

OM هو نصف قطر الكرة أي $OM = 2\ cm$.

لرسم المثلث $OO'M$ نرسم زاوية قائمة رأسها O'.

نعين O على أحد أضلاعها بحيث $OO' = 1,6\ cm$

ثم نستعمل المدور لتعيين M على الضلع الثاني للزاوية القائمة بحيث $OM = 2\ cm$.

2 • في المثلث القائم $OO'M$

لدينا $OM^2 = OO'^2 + O'M^2$

$O'M^2 = OM^2 - OO'^2$

$O'M^2 = 4 - (1,6)^2 = 1,44$

إذن $O'M = \sqrt{1,44}$

أي $O'M = 1,2$.

و بالتالي نصف قطر الدائرة هو $1,2\ cm$

● المسألة

نضع x ثمن الكراس الواحد و y ثمن القلم الواحد حيث $x > 0$ و $y > 0$.

لدينا $2x + 3y = 45$ و $4x + y = 55$

لتعيين x و y نحل الجملة $\begin{cases} 2x + 3y = 45 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$

هذه الجملة تكتب أيضا $\begin{cases} 4x + 6y = 90 \\ 4x + y = 55 \end{cases}$

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $5y = 35$.

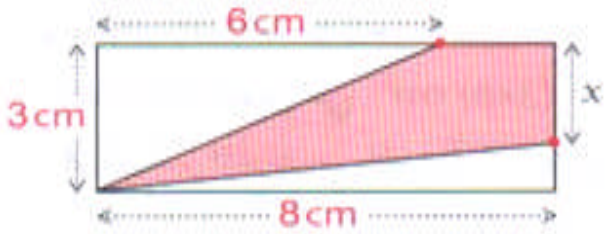
و بالتالي $y = 7$.

بتعويض y بالعدد 7 في المعادلة الأولى نجد $2x = 24$.

و بالتالي $x = 12$.

إذن ثمن الكراس الواحد هو 12 دينارا و ثمن القلم الواحد هو 7 دنانير

التمرين الأول



لاحظ الشكل المقابل.

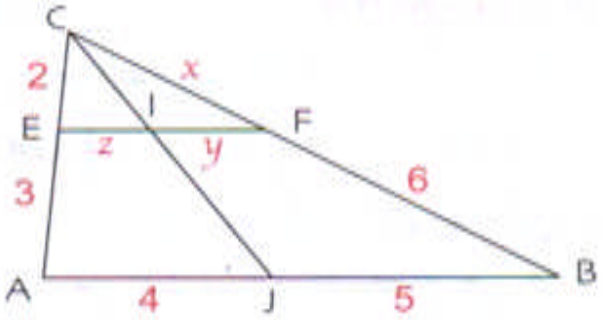
من أجل أية قيم للعدد x تكون المساحة $\mathcal{A}$ للجزء الملون أصغر من ثلث مساحة المستطيل ؟

التمرين الثاني

حل جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

التمرين الثالث



في الشكل المقابل القطعتان [AB] و [EF] متوازيتان.

الوحدة هي نصف السنتيمتر.

• احسب كلا من x ، y و z.

التمرين الرابع

الجدول التالي يبيّن توزيع 50 شخصا حسب قاماتهم (بالأمتار).

القامة (بالأمتار)	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	[1,80 ; 1,90[
التكرار	4	16	20	10

1 • احسب تواتر كل فئة.

2 • احسب معدل القامات.

3 • أنجز المدرج التكراري لهذه السلسلة.

● المسألة

يريد فلاح وضع سياج حول حقله المستطيل الشكل طوله 276 m و عرضه 192 m.

لذلك قرر وضع أعمدة بحيث يكون نفس البعد بين كل عمودين متتاليين حول الحقل مع وضع عمود في كل ركن. يريد هذا الفلاح استعمال أصغر عدد ممكن من الأعمدة.

1 • ما هي المسافة بين كل عمودين متتاليين ؟

2 • ما هو عدد الأعمدة التي يجب أن يستعملها هذا الفلاح ؟

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

• حساب المساحة $\mathcal{A}$ للجزء الملون. وحدة الطول هي 1cm.

مساحة المستطيل هي $(3\times8)\ cm^2$ أي $24\ cm^2$.

الجزءان غير الملونين من المستطيل هما مثلثان قائمان مساحتهما على الترتيب هما :

$\left(\frac{1}{2}\times3\times6\right)cm^2$ أي $9\ cm^2$ و $\left(\frac{1}{2}\times8\times(3-x)\right)cm^2$ أي $(12-4x)\ cm^2$

و بالتالي $\mathcal{A} = 24 - (9 + (12 - 4x))$

$= 24 - (21 - 4x)$

$= 24 - 21 + 4x = 3 + 4x$

إذن $\mathcal{A} = (3 + 4x)\ cm^2$

• تعيين قيم العدد الموجب x حيث $\mathcal{A} < \frac{1}{3}(24)$.

$\mathcal{A} < \frac{1}{3}(24)$ يعني $3 + 4x < 8$ أي $4x < 5$. إذن $x < \frac{5}{4}$

أي $x < 1{,}25$ و بالتالي قيم x التي من أجلها تكون المساحة $\mathcal{A}$ للجزء الملون أصغر من ثلث مساحة المستطيل هي كل الأعداد x بحيث $0 \leq x < 1{,}25$

● التمرين الثاني (حل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين) .....

نحل هذه الجملة باستعمال طريقة التعويض.

لدينا $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ يعني $\begin{cases} y = 10 - 5x \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$

لدينا $y = 10 - 5x$ و $2x - 3y = 6$

إذن $2x - 3(10 - 5x) = 6$ أي $2x - 30 + 15x = 6$

أي $17x = 36$ و بالتالي $x = \frac{36}{17}$

لدينا $y = 10 - 5x$ و $x = \frac{36}{17}$

إذن $y = 10 - 5\left(\frac{36}{17}\right) = -\frac{10}{17}$ أي $y = -\frac{10}{17}$

ينتج أن الجملة $\begin{cases} 5x + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$ تقبل حلا واحدا هو $\left(\frac{36}{17}\ ;\ -\frac{10}{17}\right)$

● التمرين الثالث (خاصية طالس) .....

• المثلثان CEI و CAJ في وضعية طالس (وحدة الطول هي 0,5cm).

إذن $\frac{CE}{CA} = \frac{EI}{AJ} = \frac{CI}{CJ}$ أي $\frac{2}{5} = \frac{z}{4} = \frac{CI}{CJ}$

ينتج أن $z = \frac{4\times2}{5}$ أي $z = \frac{8}{5}$ أي $z = 1,6$ أي $z = 0,8cm$

• المثلثان CIF و CJB في وضعية طالس. إذن $\frac{CI}{CJ} = \frac{CF}{CB} = \frac{IF}{JB}$.

بما أن $\frac{CI}{CJ} = \frac{2}{5}$ فإن $\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6} = \frac{y}{5}$

نحل المعادلة $\frac{2}{5} = \frac{y}{5}$ و نجد $y = 2$ أي $y = 1cm$

و للحصول على x نحل المعادلة $\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$

$\frac{2}{5} = \frac{x}{x+6}$ يعني $5x = 2x + 12$

أي $3x = 12$ و بالتالي $x = 4$ أي $x = 2cm$

● التمرين الرابع (الإحصاء) .....

1 • حساب تواتر كل قيمة.

التكرار الكلي لهذه السلسلة هو 50.

القامة (بالأمتار)	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	[1,80 ; 1,90[
التكرار	4	16	20	10
التواتر	$\frac{4}{50}$	$\frac{16}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{10}{50}$

2 • حساب معدل القامات. معدل القامات هو الوسط $\bar{x}$ لهذه السلسلة.

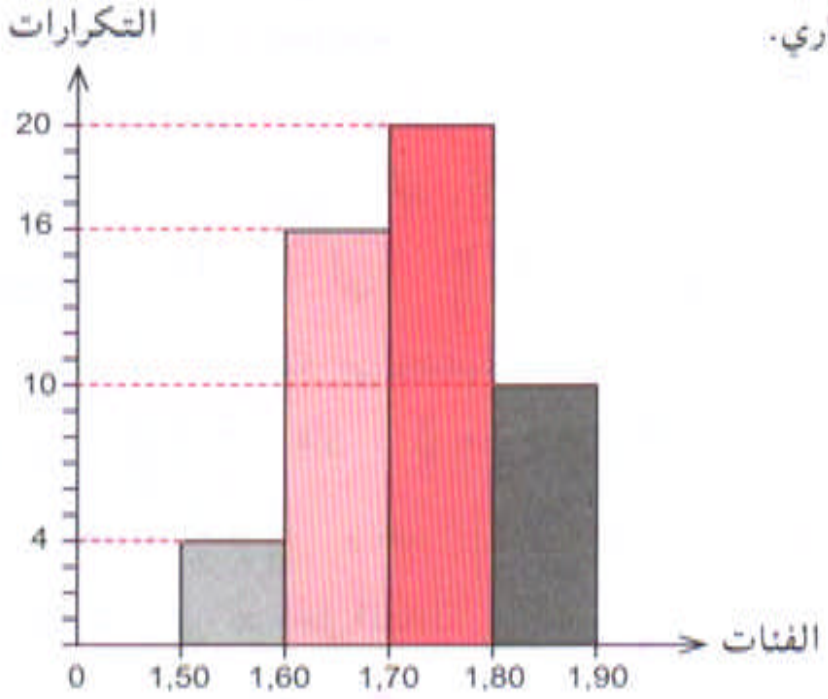
مراكز الفئات	1,55	1,65	1,75	1,85
التكرار	4	16	20	10

لدينا $\bar{x} = \frac{1,55\times4 + 1,65\times16 + 1,75\times20 + 1,85\times10}{50}$

$= \frac{7,20 + 26,40 + 35 + 18,5}{50} = \frac{87,10}{50} = 1,742$

إذن $\bar{x} = 1,742$ أي معدل القامات هو 1,74 m

3 • إنجاز المدرج التكراري.



المسألة

1 • حساب المسافة بين كل عمودين متتاليين.

بما أن المسافة بين كل عمودين متتاليين هي نفسها فإن هذه المسافة قاسم مشترك لطول و عرض الحقل.

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 192 و 276.

نستعمل خوارزمية إقليدس، لدينا $276 = 192\times1 + 84$

$192 = 84\times2 + 24$

$84 = 24\times3 + 12$

$24 = 12\times2 + 0$

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 276 و 192 هو 12.

أي $pgcd\,(192\,;\,276) = 12$

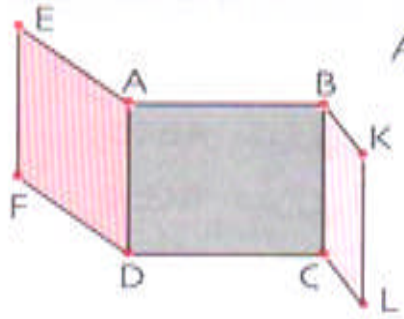
و بالتالي أكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين هي 12m

2 • حساب عدد الأعمدة التي يجب استعمالها.

محيط الحقل هو $2\times(276+192)$ أي 936m و لدينا $78\times12 = 936$.

إذن أصغر عدد ممكن من الأعمدة هو 78

التمرين الأول



في الشكل المقابل كل من الرباعيات ABCD ، AEFD و BCLK متوازي الأضلاع.

1 • برهن أن $(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BK} = (\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{CL}$

2 • برهن أن الرباعي EKLF متوازي الأضلاع.

التمرين الثاني

اكتب كل عدد من الأعداد التالية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق.

$$a = \frac{4}{3 - \sqrt{2}} \quad ; \quad b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \quad ; \quad c = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

1 • A(1 ; -1) ؛ B(-2 ; -1) ؛ C(3 ; 1) نقط من المستوي، علّم النقط A، B و C.

2 • هل النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A ؟

3 • لتكن D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى A. عين إحداثيي النقطة D.

4 • F هي النقطة ذات الإحداثيتين (4 ; -4). بين أن F تنتمي إلى محور القطعة [CD].

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

f هي الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطتين E(-2 ; -1) و F(3 ; 1) و g الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (L) يشمل G(1 ; -1).

1 • عيّن الدالتين f و g ثم ارسم المستقيمين (d) و (L).

2 • حل المعادلة $f(x) = g(x)$. ماذا يمثل هذا الحل بالنسبة إلى المستقيمين (d) و (L) ؟

● المسألة

تريد إدارة متوسطة تنظيم مسابقة علمية بين أفواج من التلاميذ.

ترشح 124 بنتا و 93 ولدا للمشاركة في هذه المسابقة.

1 • احسب أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها بحيث تشمل كل الأفواج نفس عدد البنات و نفس عدد الأولاد ؟

2 • ما هو عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج ؟

الموضوع 15

● التمرين الأول (الأشعة و الإنسحاب)

1 • AEFD متوازي الأضلاع إذن $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{FD}$.

ABCD متوازي الأضلاع إذن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

BCLK متوازي الأضلاع إذن $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{CL}$.

ينتج أن $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC}$

إذن $(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{BK} = (\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DC}) + \overrightarrow{CL}$

2 • من المساواة السابقة نستنتج أن $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CL}$

أي $\overrightarrow{EK} = \overrightarrow{FL}$ و بالتالي الرباعي EKLF متوازي الأضلاع

● التمرين الثاني (الجذور التربيعية)

• لدينا $a = \dfrac{4}{3-\sqrt{2}} = \dfrac{4(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = \dfrac{12+4\sqrt{2}}{3^2-(\sqrt{2})^2} = \dfrac{12+4\sqrt{2}}{9-2}$

$= \dfrac{12+4\sqrt{2}}{7}$

إذن $\boxed{a = \dfrac{12+4\sqrt{2}}{7}}$

• لدينا $b = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$

$= \dfrac{2+\sqrt{2}}{2-1} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{1} = 2+\sqrt{2}$

إذن $\boxed{b = 2+\sqrt{2}}$

• لدينا $c = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2}$

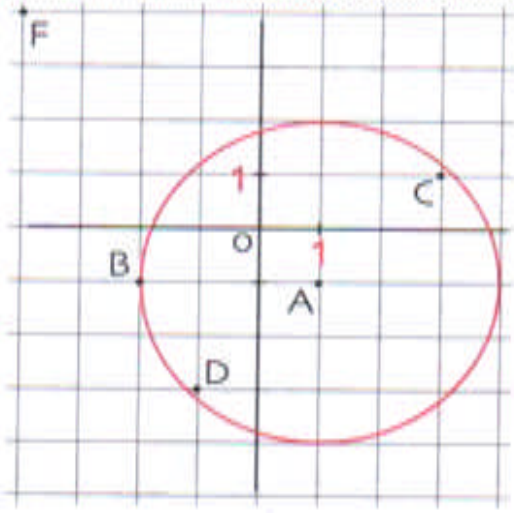
$= \dfrac{(\sqrt{7})^2 + 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{7-3}$

$= \dfrac{7+2\sqrt{21}+3}{4} = \dfrac{10+2\sqrt{21}}{4} = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}$

إذن $\boxed{c = \dfrac{5+\sqrt{21}}{2}}$

الحلـول

● التمرين الثالث (المعالم) .....



1 • تعليم النقط A، B و C. (لاحظ الشكل)

2 • التحقق إن كانت النقطة C تنتمي إلى الدائرة التي تشمل B و مركزها A .

C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B يعني AC = AB.

لدينا $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

بما أن $x_B - x_A = -2 - 1 = -3$ و $y_B - y_A = -1 + 1 = 0$

فإن $AB = \sqrt{(-3)^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3$. إذن **AB = 3**

و لدينا $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$.

بما أن $x_C - x_A = 3 - 1 = 2$ و $y_C - y_A = 1 + 1 = 2$

فإن $AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. إذن **$AC = 2\sqrt{2}$**

نلاحظ أن $AC \neq AB$.

إذن **النقطة C لا تنتمي إلى الدائرة التي مركزها A و تشمل B**

3 • D هي نظيرة C بالنسبة إلى A . إذن A منتصف [CD].

و بالتالي $x_A = \frac{x_C + x_D}{2}$ و $y_A = \frac{y_C + y_D}{2}$

أي $1 = \frac{3 + x_D}{2}$ و $-1 = \frac{1 + y_D}{2}$

إذن $x_D = -1$ و $y_D = -3$.

و بالتالي إحداثيا D هما (-3 ; -1) أي **D (-1 ; -3)**

4 • نبين أن النقطة F (-4 ; 4) تنتمي إلى محور القطعة [CD].

F تنتمي إلى محور القطعة [CD] يعني CF = DF .

لدينا $CF = \sqrt{(x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2}$

و $x_F - x_C = -4 - 3 = -7$ و $y_F - y_C = 4 - 1 = 3$

و بالتالي $CF = \sqrt{(-7)^2 + (3)^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$. إذن $CF = \sqrt{58}$

لدينا $DF = \sqrt{(x_F - x_D)^2 + (y_F - y_D)^2}$

و $x_F - x_D = -4 + 1 = -3$ و $y_F - y_D = 4 + 3 = 7$.

و بالتالي $DF = \sqrt{(-3)^2 + (7)^2} = \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}$. إذن $DF = \sqrt{58}$

بما أن $CF = DF$ فإن F تنتمي إلى محور القطعة [CD]

● التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التآلفية) .....

1 • تعيين الدالتين f و g .

• f دالة تآلفية. إذن f معرفة بعبارة من الشكل $f(x) = ax + b$

(d) يشمل النقطتين E(-2 ; -1) و F(3 ; 1) يعني $f(-2) = -1$ و $f(3) = 1$.

لدينا $a = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{5} = \frac{2}{5}$. إذن $a = \frac{2}{5}$

لدينا $f(-2) = -1$ يعني $a(-2) + b = -1$.

أي $\frac{2}{5}(-2) + b = -1$ أي $b = -1 + \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$. إذن $b = -\frac{1}{5}$

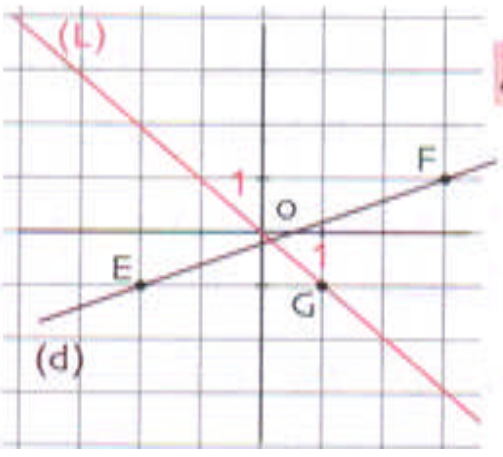
ينتج أن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$

• g دالة خطية. إذن g معرفة بعبارة من الشكل $g(x) = mx$.

(L) يشمل G(1 ; -1) يعني $g(1) = -1$.

أي $m \times 1 = -1$ إذن $m = -1$.

ينتج أن الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = -x$



• رسم (d) و (L). (انظر الشكل)

(d) هو المستقيم (EF)

و (L) هو المستقيم (OG)

2 • حل المعادلة $f(x) = g(x)$.

لدينا $f(x) = g(x)$ يعني $\frac{2}{5}x - 1 = -x$

الحلـول

أي $\frac{7}{5}x = 1$. إذن $x = \frac{5}{7}$.

و بالتالي المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{5}{7}$

العدد $\frac{5}{7}$ هو فاصلة نقطة تقاطع (d) و (L)

ترتيب هذه النقطة هو $f\left(\frac{5}{7}\right)$ أي $\frac{3}{35}$.

المسألة

1 • عدد الأفواج هو قاسم مشترك لعدد البنات و عدد الأولاد المشاركين

و أكبر عدد من الأفواج هو pgcd (124 ; 93).

لنحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93.

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $124 = 93\times1 + 31$ و $93 = 31\times3 + 0$.

إذن القاسم المشترك الأكبر للعددين 124 و 93 هو 31 ،

أي pgcd (124 ; 93) = 31.

إذن أكبر عدد من الأفواج التي يمكن تشكيلها هو 31

2 • عدد البنات و عدد الأولاد في كل فوج.

لدينا $93 = 31\times3$ و $124 = 31\times4$

و بالتالي عدد البنات في كل فوج هو 4 و عدد الأولاد هو 3

التحقق : عدد التلاميذ المشاركين هو 124 + 93 أي 217

كل الأفواج متكونة من 7 تلاميذ و عدد الأفواج هو 31.

إذن عدد التلاميذ المشاركين الموزعين في الأفواج هو 31×7 أي 217.

التمرين الأول

1 • نضع $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. احسب a^2 و $\frac{1}{a} + 1$.

2 • تحقق أن $a^2 = a + 1$ و $a = \frac{1}{a} + 1$.

التمرين الثاني

1 • عين الدالة التآلفية f حيث $f(4) = 1$ و $f(-3) = 2$.

2 • عين صورة 11 بالدالة f .

3 • عين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

التمرين الثالث

ABCD متوازي أضلاع بحيث $AB = 2\ cm$ و $BC = 2{,}5\ cm$ و $BD = 1{,}5\ cm$.

K هي نظيرة C بالنسبة إلى D و L نظيرة A بالنسبة إلى D.

1 • أنجز شكلا.

2 • برهن أن L هي صورة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.

التمرين الرابع

إليك السلسلة الإحصائية لعلامات رضا في الرياضيات خلال الفصل الثاني .

10 ؛ 11 ؛ 17 ؛ 12 ؛ 19 ؛ 15 ؛ 9 ؛ 7 ؛ 16 .

1 • احسب معدل رضا في الرياضيات خلال هذا الفصل.

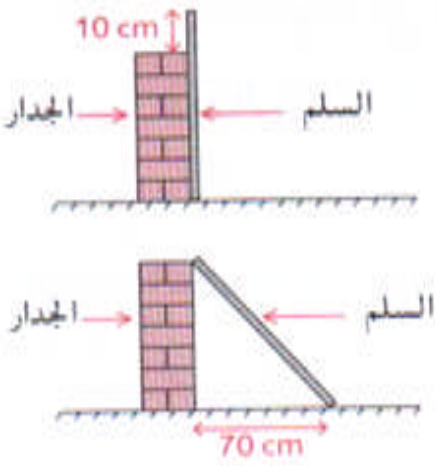
2 • احسب وسيط هذه السلسلة.

3 • ما هي العلامة التي ينبغي أن يتحصل عليها رضا في فرض إضافي حتى يصير معدله 13 ؟

المسألة

إذا وضعنا سلّما ضد جدار، فيفوق الجدار بـ 10 cm و إذا وضعناه مائلا بحيث يبعد عن قاعدة الجدار بـ 70 cm، فيصل بالضبط إلى قمّة الجدار. (انظر الشكلين).

ما هو ارتفاع الجدار و ماهو طول السلّم ؟



الحلـول

● التمرين الأول (الجذور التربيعية)

1 • حساب a^2

لدينا $a^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{2^2} = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4}$

$= \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

إذن $\boxed{a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}}$

• حساب $\frac{1}{a} + 1$

لدينا $\frac{1}{a} + 1 = \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} + 1 = \frac{2}{1+\sqrt{5}} + 1$

$= \frac{2+1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$

إذن $\boxed{\frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}}$

2 • لدينا $a + 1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1 = \frac{1+\sqrt{5}+2}{2} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

نعلم أن $a^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $a + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. إذن $\boxed{a^2 = a + 1}$

لدينا $\frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})} = \frac{3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{1-5}$

$= \frac{-2-2\sqrt{5}}{-4} = \frac{-2(1+\sqrt{5})}{-4} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

نعلم أن $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $\frac{1}{a} + 1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. و بالتالي $\boxed{a = \frac{1}{a} + 1}$

ملاحظة : يمكن الحصول على هذه النتيجة بتقسيم طرفي المساواة $a^2 = a + 1$ على a.

● التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 • f دالة تآلفية معرفة كما يلي : $f(x) = ax + b$.

تعيين المعاملين a و b.

لدينا $a = \frac{f(4) - f(-3)}{4 - (-3)} = \frac{1-2}{7} = -\frac{1}{7}$

إذن $a = -\frac{1}{7}$ و بالتالي $f(x) = -\frac{1}{7}x + b$

لدينا $f(4) = 1$ و $f(4) = -\frac{1}{7} 4 + b$. إذن $1 = -\frac{4}{7} + b$

و بالتالي $b = 1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$. إذن $b = \frac{11}{7}$.

ينتج أن الدالة التآلفية f معرفة كما يلي : $f(x) = -\frac{1}{7}x + \frac{11}{7}$

2 • تعيين صورة العدد 11 بالدالة f.

لدينا $f(11) = -\frac{11}{7} + \frac{11}{7} = 0$ إذن $f(11) = 0$.

و بالتالي صورة العدد 11 بالدالة f هي 0

3 • تعيين العدد الذي صورته بالدالة f هي $\frac{10}{7}$.

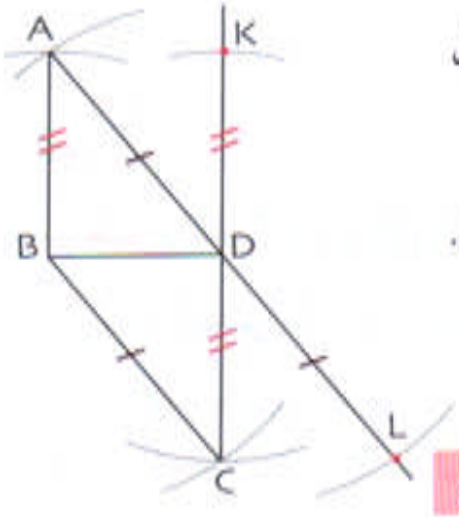
لذلك يكفي حل المعادلة $f(x) = \frac{10}{7}$.

$f(x) = \frac{10}{7}$ يعني $-\frac{1}{7}x + \frac{11}{7} = \frac{10}{7}$

أي $-\frac{1}{7}x = -\frac{1}{7}$. إذن $x = 1$.

و بالتالي العدد x الذي صورته $\frac{10}{7}$ بالدالة f هو 1

● التمرين الثالث (الأشعة و الانسحاب)



1 • نرسم أولا [BD] ثم نستعمل المدور لتعيين كل من النقطتين A و C وكذا النقطتين K و L.

2 • D هو منتصف كل من قطري الرباعي AKLC.

إذن AKLC متوازي الأضلاع.

و بالتالي $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AC}$.

إذن L هي صورة K بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$

الحلـول

● التمرين الرابع (الإحصاء)

1 • عدد العلامات هو 9.

ليكن $\bar{x}$ وسط هذه السلسلة. معدل رضا هو وسط هذه السلسلة.

لدينا $\bar{x} = \frac{10 + 11 + 17 + 12 + 19 + 15 + 9 + 7 + 16}{9} = \frac{116}{9}$

إذن $\bar{x} = \frac{116}{9}$ و بالتالي معدل رضا هو 12,88 بتدوير إلى 0,01 بالنقصان

2 • نرتب العلامات تصاعديا : 7 ؛ 9 ؛ 10 ؛ 11 ؛ 12 ؛ 15 ؛ 16 ؛ 17 ؛ 19.

وسيط السلسلة هي العلامة ذات المرتبة 5 في سلسلة العلامات المرتبة تصاعديا.

ينتج أن وسيط العلامات هي العلامة 12

3 • حساب العلامة n بحيث $\bar{x} = 13$.

بعد إضافة فرض يصبح عدد العلامات 10.

$\bar{x} = 13$ يعني $\frac{7 + 9 + 10 + 11 + 12 + 15 + 16 + 17 + 19 + n}{10} = 13$

أي $\frac{116 + n}{10} = 13$.

أي $116 + n = 130$

إذن $n = 130 - 116$. و بالتالي $n = 14$

ينبغي أن يتحصل رضا على العلامة 14
في الفرض الإضافي حتى يصير معدله 13

● المسألة

نضع x ارتفاع الجدار و y طول السلم حيث x و y عددان طبيعيان.

لدينا $y = x + 10$.

نلاحظ أن الوضعية الثانية تبين وجود مثلث قائم. نطبق فيه نظرية فيثاغورث للتعبير عن y بدلالة x. و نجد $y^2 = x^2 + 70^2$

لتعيين x و y نحل الجملة $\begin{cases} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + 70^2 \end{cases}$

الحلـول

هذه الجملة تبسط على الشكل $\begin{cases} y - x = 10 \\ (y - x)(y + x) = 4900 \end{cases}$

بتعويض $y - x$ بالعدد 10 في المعادلة الثانية نجد بعد التبسيط $y + x = 490$

نتحصل على الجملة التالية $\begin{cases} y - x = 10 \\ y + x = 490 \end{cases}$

بجمع طرف لطرف المعادلتين، نجد $2y = 500$. إذن $y = 250$.

بتعويض y بالعدد 250 في المعادلة الأولى

فينتج أن $x = 240$. و بالتالي :

طول السلم هو 250 cm أي 2,50 m و طول الجدار هو 240 cm أي 2,40 m

ملاحظة : يمكن حل الجملة $\begin{cases} y = x + 10 \\ y^2 = x^2 + 70^2 \end{cases}$ بطريقة التعويض.

بتعويض y بالعبارة $x + 10$ في المعادلة $y^2 = x^2 + 70^2$

نجد $(x + 10)^2 = x^2 + 70^2$ أي $20x = 4800$

إذن $x = 240$ و نستنتج أن $y = 250$.

التمرين الأول

1 • حل كلا من المتراجحتين التاليتين :

$2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$ ؛ $5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$

• مثل مجموعة حلول كل من المتراجحتين على مستقيم عددي.

التمرين الثاني

1 • عين الدالة الخطية f علما أن صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي 3-.

2 • المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

ارسم التمثيل البياني (T) للدالة f.

التمرين الثالث

1 • (ℭ) هي دائرة مركزها O و نصف قطرها 2cm.

ارسم سداسيا ABCDEF منتظما حيث رؤوسه هي نقط من الدائرة.

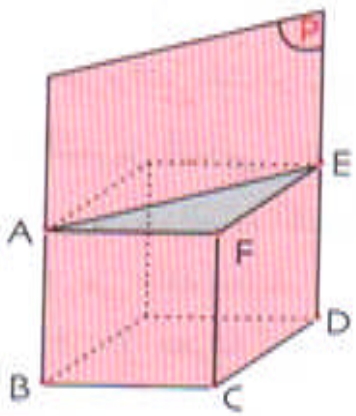
2 • يتقاطع المستقيمان (BA) و (EF) في I. ما هو نوع المثلث IAF ؟

التمرين الرابع

1 • احسب، بتقريب 0,1cm، قياسات مقطع المستوي (P) مع المكعب الممثل في الشكل علما أن المستوي (P) يشمل الحرفين [AB] و [ED] و أن طول حرف المكعب هو 3cm.

• ارسم هذا المقطع بالقياسات الحقيقية.

2 • احسب حجم الموشور ABCDEF.



● المسألة

وضع تاجر 20 kg من القهوة في 56 علبة، بعضها تزن 250 g و البعض الآخر 500 g.

• ما هو عدد العلب من كل نوع ؟

الموضوع 17

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

• حل المتراجحة $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$.

$2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$ يعني $6x - 8 + 3x - 3 < 3x - 4x - 6$

أي $9x - 11 < -x - 6$ أي $9x + x < -6 + 11$.

بعد التبسيط نجد $10x < 5$ و بالتالي $x < \frac{5}{10}$ أي $x < \frac{1}{2}$.

إذن مجموعة حلول المتراجحة $2(3x - 4) + 3(x - 1) < 3x - (4x + 6)$
هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x < \frac{1}{2}$ (أي الأعداد الأصغر من $\frac{1}{2}$)

• مجموعة حلول هذه المتراجحة ممثلة

بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل.

• حل المتراجحة $5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$.

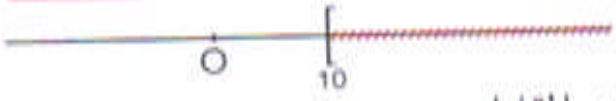
$5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$ يعني $5 - 5x + 6x - 9 > 3x - 24$

أي $x - 4 > 3x - 24$ أي $x - 3x > -24 + 4$ بعد التبسيط نجد $-2x > -20$

إذن $x < \frac{-20}{-2}$ أي $x < 10$.

و بالتالي مجموعة حلول المتراجحة $5(1 - x) - 3(-2x + 3) > 3(x - 8)$
هي مجموعة الأعداد x التي تحقق $x < 10$ (أي الأعداد الأصغر من 10)

• مجموعة حلول المتراجحة ممثلة



بالجزء غير المشطوب من المستقيم العددي المقابل.

● التمرين الثاني (الدوال الخطية – التناسبية) .....

1 • تعيين الدالة الخطية f.

f هي دالة خطية.

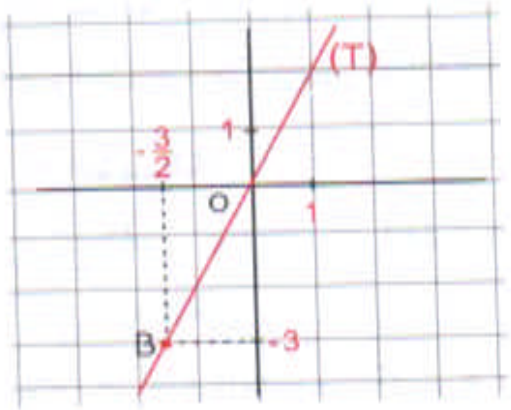
إذن f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$.

صورة $-\frac{3}{2}$ بالدالة f هي -3

يعني $f\left(-\frac{3}{2}\right) = -3$

أي $a\left(-\frac{3}{2}\right) = -3$. إذن $a = 2$.

ينتج أن الدالة الخطية f
معرفة كما يلي : $f(x) = 2x$

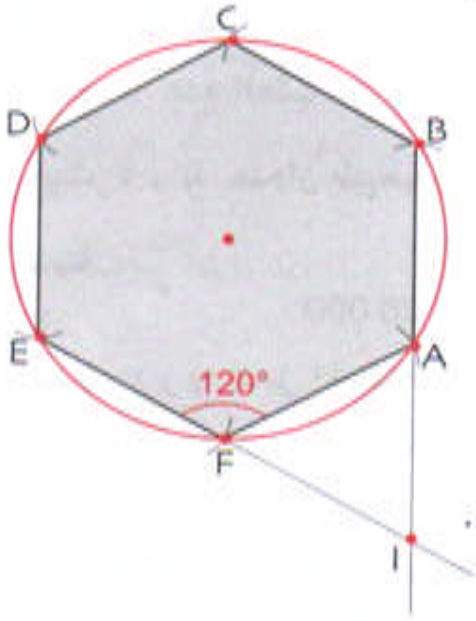


الحلـول

2 • (T) هو التمثيل البياني للدالة f.

(T) يشمل O و $B\left(-\frac{3}{2}\,;-3\right)$. (لاحظ الشكل)

● التمرين الثالث (الدوران - الزوايا و المضلعات المنتظمة)



1 • طول ضلع السداسي المنتظم المطلوب هو نصف قطر الدائرة (ℭ).

نستعمل المدور لتحديد رؤوس هذا المضلع على الدائرة.

نختار النقطة A من (ℭ) كأحد رؤوس السداسي المنتظم ثم نعين الرؤوس الأخرى.

2 • قيس كل زوايا السداسي المنتظم هو 120°.

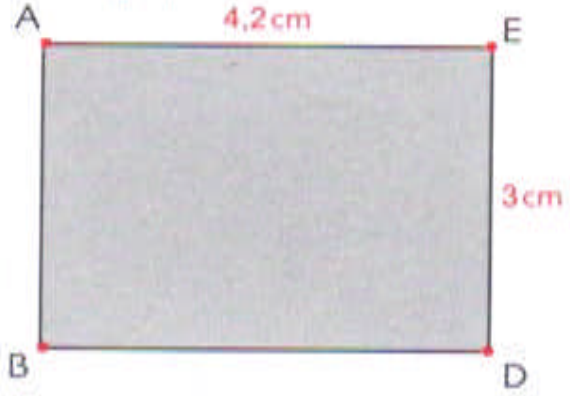
إذن $\widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 180° - 120°$

أي $\widehat{AFI} = \widehat{FAI} = 60°$. ينتج أن $\widehat{AIF} = 60°$

إذن المثلث AFI متقايس الأضلاع

● التمرين الرابع (الهندسة في الفضاء، الكرة و الجلة - المقاطع المستوية)

1 • المقطع هو مستطيل طوله AE و عرضه AB. المثلث AFE قائم في F و متساوي الساقين.



لدينا $AE^2 = AF^2 + FE^2$

أي $AE^2 = 3^2 + 3^2 = 18$

إذن $AE = 3\sqrt{2}$.

أي $AE \approx 4,2cm$.

و $AB = 3cm$ لأن [AB] هو أحد أحرف المكعب.

• إنجاز الرسم

الحلـول

2 • وحدة الحجم هي 1cm^3. حجم المكعب هو 3^3 وحدة أي 27cm^3.

و حجم الموشور ABCDEF هو نصف حجم المكعب أي $\frac{27}{2}$ وحدة.

و بالتالي حجم الموشور ABCDEF هو $13{,}500\text{cm}^3$

● المسألة

نضع x عدد العلب من نوع 250 g و y عدد العلب من نوع 500 g

حيث x و y عددان طبيعيان. $20\text{ kg} = 20\,000\text{ g}$

لدينا $\begin{cases} x + y = 56 \\ 250x + 500y = 20\,000 \end{cases}$

لتعين x و y نحل الجملة السابقة.

هذه الجملة تبسط على الشكل $\begin{cases} x + y = 56 \\ x + 2y = 80 \end{cases}$

بطرح طرف لطرف المعادلتين نجد $y = 24$.

بتعويض y بالعدد 24 في المعادلة $x + y = 56$. نجد $x = 32$.

ينتج أن عدد العلب من نوع 250 g هو 32 و عدد العلب من نوع 500 g هو 24

التمرين الأول

بين أن للمعادلتين التاليتين حلين متعاكسين:

$\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$ و $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$

التمرين الثاني

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

A (1 ; 6) ؛ B (7 ; 2) ؛ C (-1 ; -2) ثلاث نقط من المستوي.

1 • علم النقط A، B، C.

2 • عين إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع.

3 • أرسم الرباعي ABDC.

4 • عين إحداثيي مركزه I.

التمرين الثالث

ABC مثلث قائم في A بحيث $BC = 5\,cm$ و $AC = 2\,cm$

F هي منتصف [BC].

E نقطة من [AB] بحيث $\widehat{EFB} = 90°$.

1 • أرسم الشكل.

2 • ما نوع المثلث ABC ؟ احسب AB.

3 • عبر عن $tan\hat{B}$ في كل من المثلثين EFB و ABC ثم احسب EF.

التمرين الرابع

A، B و C ثلاث نقط من مستقيم بحيث $AB = 2\,cm$ و $BC = 3\,cm$

و B نقطة من القطعة [AC] .

1 • أنشئ $\overrightarrow{CE}$ ممثلا للشعاع $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$ مبدؤه C.

• ما هو طول الشعاع $\overrightarrow{CE}$ ؟

2 • أنشئ الشعاع $\overrightarrow{KA}$ ممثلا للشعاع $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ نهايته A.

• ما هو طول الشعاع $\overrightarrow{KA}$ ؟

● المسألة

حقل مستطيل الشكل محيطه هو 456 m و ينقص عرضه عن طوله بـ 18 m.

ما هو طول و عرض هذا الحقل ؟

الموضوع 18

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد) .....

• حل المعادلة $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$

$\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$ يعني $\frac{2}{5}x - \frac{1}{10}x = 3 - 1$

أي $\frac{4}{10}x - \frac{1}{10}x = 2$ أي $\frac{3}{10}x = 2$

إذن $x = \frac{20}{3}$

ينتج أن المعادلة $\frac{2}{5}x + 1 = 3 + \frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{20}{3}$

• حل المعادلة $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$

$1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$ يعني $-\frac{2}{5}x + \frac{1}{10}x = 3 - 1$

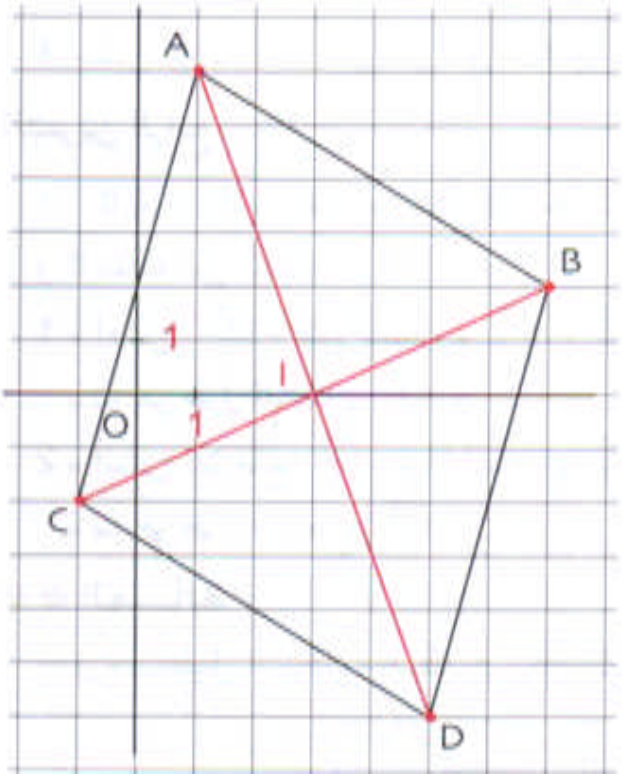
أي $\frac{-4x + x}{10} = 2$ أي $-3x = 20$ و بالتالي $x = -\frac{20}{3}$.

إذن المعادلة $1 - \frac{2}{5}x = 3 - \frac{1}{10}x$ تقبل حلا واحدا هو $-\frac{20}{3}$

نلاحظ أن العددين $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$ متعاكسان

ينتج أن للمعادلتين حلان متعاكسان هما $\frac{20}{3}$ و $-\frac{20}{3}$

● التمرين الثاني (المعالم) .....



1 • تعليم النقط A، B، C.

(لاحظ الشكل)

2 • لتكن $(x_D ; y_D)$

إحداثيي النقطة D.

الرباعي ABDC متوازي أضلاع يعني $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

تعيين إحداثيي كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$.

لدينا $x_B - x_A = 7 - 1 = 6$

و $y_B - y_A = 2 - 6 = -4$

إذن $\overrightarrow{AB}(6 ; -4)$.

الحلـول

و لدينا $x_D - x_C = x_D - (-1) = x_D + 1$ و $y_D - y_C = y_D - (-2) = y_D + 2$

إذن $\overrightarrow{CD}(x_D + 1 \; ; \; y_D + 2)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني $6 = x_D + 1$ و $-4 = y_D + 2$

ينتج أن $x_D = 5$ و $y_D = -6$.

أي إحداثيا النقطة D حيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع هما $(5 ; -6)$ أي $D(5 ; -6)$

3 • رسم الرباعي ABDC. (لاحظ الشكل).

4 • إحداثيا المركز I لمتوازي الأضلاع ABDC هما إحداثيا منتصف القطرين [AD] و [BC].

تعيين إحداثيي I منتصف [AD].

لدينا $x_I = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$ و $y_I = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0$

إذن إحداثيا مركز المتوازي الأضلاع ABDC هما $x_I = 3$ و $y_I = 0$

أي $I(3 ; 0)$

● التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

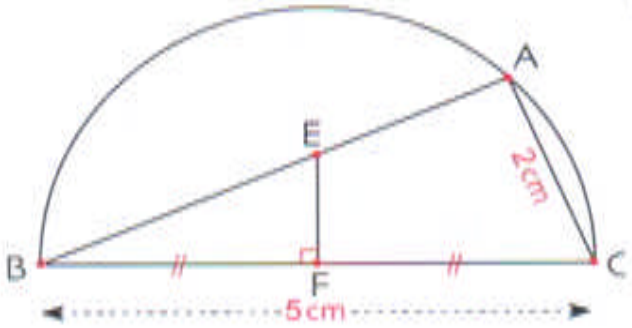
1 • نرسم [BC] و نعين منتصفها F.

نرسم نصف الدائرة مركزها F

و قطرها [BC]

نرسم نصف الدائرة التي مركزها C

و نصف قطرها 2cm



فتقطع نصف الدائرة الأولى في A. العمود على (BC) في F يقطع [AB] في E

2 • A نقطة من نصف الدائرة التي قطرها [BC]. إذن المثلث ABC قائم في A.

حسب نظرية فيثاغورث ينتج أن $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 25 - 4 = 21$

إذن $AB = \sqrt{21}$

الحلـول

و لدينا $x_D - x_C = x_D - (-1) = x_D + 1$ و $y_D - y_C = y_D - (-2) = y_D + 2$

إذن $\overrightarrow{CD}(x_D + 1 \; ; \; y_D + 2)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ يعني $6 = x_D + 1$ و $-4 = y_D + 2$

ينتج أن $x_D = 5$ و $y_D = -6$.

أي إحداثيا النقطة D حيث يكون الرباعي ABDC متوازي أضلاع

هما $(5 \; ; -6)$ أي $D(5 \; ; -6)$

3 • رسم الرباعي ABDC. (لاحظ الشكل).

4 • إحداثيا المركز I لمتوازي الأضلاع ABDC هما إحداثيا

منتصف القطرين [AD] و [BC].

تعيين إحداثيي I منتصف [AD].

لدينا $x_I = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$ و $y_I = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{6 - 6}{2} = 0$

إذن إحداثيا مركز المتوازي الأضلاع ABDC هما $x_I = 3$ و $y_I = 0$

أي $I(3 \; ; 0)$

● التمرين الثالث (حساب المثلثات في المثلث القائم)

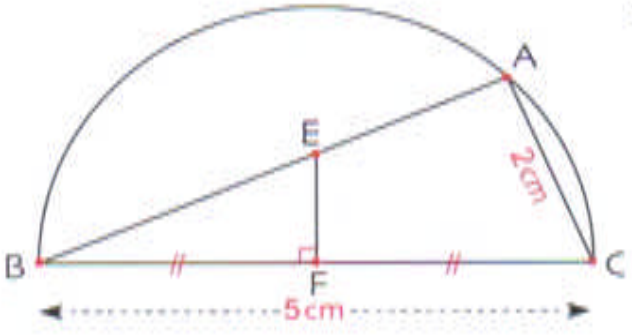
1 • نرسم [BC] و نعين منتصفها F.

نرسم نصف الدائرة مركزها F

و قطرها [BC]

نرسم نصف الدائرة التي مركزها C

و نصف قطرها 2cm



فتقطع نصف الدائرة الأولى في A. العمود على (BC) في F يقطع [AB] في E

2 • A نقطة من نصف الدائرة التي قطرها [BC]. إذن المثلث ABC قائم في A.

حسب نظرية فيثاغورث ينتج أن $AB^2 = BC^2 - AC^2 = 25 - 4 = 21$

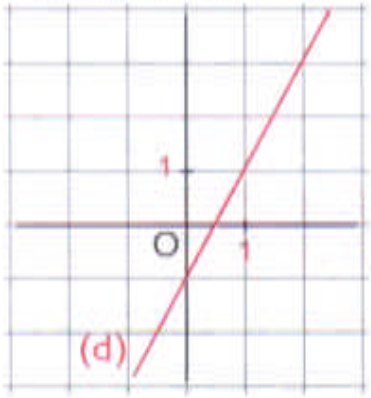
إذن $AB = \sqrt{21}$

التمرين الأول

1 • حل كلا من المعادلتين التاليتين :

$\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$ ؛ $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$

التمرين الثاني



(d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية f . (الشكل)

1 • احسب المعاملين a و b للدالة f .

عين الدالة التآلفية f .

2 • عين صور العدد 4- بالدالة f .

3 • عين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

التمرين الثالث

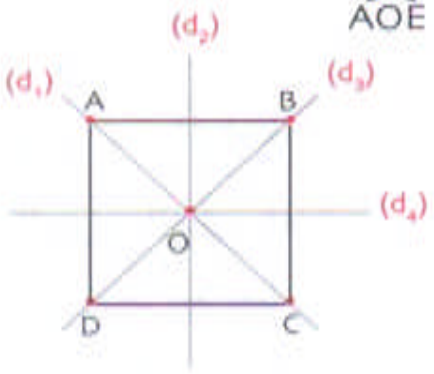
لاحظ الشكل الموالي : ABCD هو مربع مركزه O.

المستقيمات (d_1)، (d_2)، (d_3)، (d_4) هي محاور المربع ABCD.

1 • عين E و F إذا علمت أن $\widehat{AOE} = \widehat{BOF} = 135°$

و $OA = OE = OF$ و النقط A، B، E و F

مرتبة بهذا الترتيب.



2 • انشئ صورة ABCD بالدوران

الذي مركزه O بحيث صورة A هي E.

التمرين الرابع

حجم مجسم هو $12\,m^3$. أُنجز تصغير له بنسبة 0,3.

1 • احسب حجم النموذج المصغر.

2 • أُنجز تصغيرٌ آخر له حجمه $0,096\,m^3$. احسب نسبة هذا التصغير.

● المسألة

باع فلاح 40 % من منتوجه من القمح في المرة الأولى، ثم 15 طنا في المرة الثانية و بقي عنده 17,4 طنا.

ما هي كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح ؟

● التمرين الأول (المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد)

• حل المعادلة $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$.

$\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$ يعني $\frac{x+2}{4} + \frac{2x+1}{3} = 4 - 1$

أي $\frac{3(x+2)+4(2x+1)}{12} = 3$

و بعد التبسيط نجد $11x + 10 = 36$

أي $11x = 26$ إذن $x = \frac{26}{11}$.

إذن المعادلة $\frac{x+2}{4} + 1 = 4 - \frac{2x+1}{3}$ تقبل حلا واحدا هو $\frac{26}{11}$

• حل المعادلة $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$.

$\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$ يعني $\frac{3x-5}{4} - \frac{x+1}{2} + x = 2$

أي $\frac{3x-5-2(x+1)+4x}{4} = 2$ أي $3x - 5 - 2x - 2 + 4x = 8$

أي $5x - 7 = 8$ أي $5x = 15$

إذن $x = 3$.

ينتج أن المعادلة $\frac{3x-5}{4} - 2 = \frac{x+1}{2} - x$ تقبل حلا واحدا هو 3

● التمرين الثاني (الدوال التآلفية)

1 • تعيين المعاملين a و b للدالة f .

f معرفة كما يلي : $f(x) = ax + b$

على الشكل : نقرأ $f(0) = -1$ و $f(2) = 3$

و هذا يعني أن $a \times 0 + b = -1$ و $a \times 2 + b = 3$.

لتعيين a و b نحل الجملة $\begin{cases} a \times 0 + b = -1 \\ a \times 2 + b = 3 \end{cases}$.

بعد التبسيط نجد $\begin{cases} b = -1 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$.

بتعويض b بالعدد 1- في المعادلة $2a + b = 3$ نجد $2a - 1 = 3$

أي $2a = 4$ إذن $a = 2$

الحلـول

و بالتالي المعاملين a و b للدالة التآلفية f هما : $a = 2$ و $b = -1$

ينتج أن الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = 2x - 1$

2 • تعيين صورة العدد -4 بالدالة f .

صورة -4 هي $f(-4)$. $f(-4) = 2(-4) - 1 = -8 - 1 = -9$

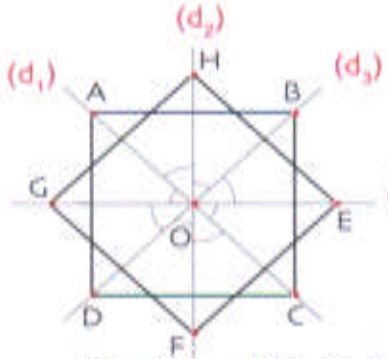
إذن $f(-4) = -9$

3 • تعيين العدد x الذي صورته بالدالة f هي $\frac{1}{2}$.

العدد x يحقق $f(x) = \frac{1}{2}$ يعني $2x - 1 = \frac{1}{2}$ أي $2x = \frac{3}{2}$

إذن $x = \frac{3}{4}$ و بالتالي العدد x الذي صورته هي $\frac{1}{2}$ بالدالة f هو $\frac{3}{4}$

● **التمرين الثالث** (الدوران - الزوايا و المضلعات المنتظمة) .....



1 • تكوّن المستقيمات الأربعة ثماني زوايا

قيس كل منها $45°$. (لأن $3 \times 45° = 135°$)

إذن E هي نقطة من (d_4) و F نقطة من (d_2).

2 • صورة A هي E بهذا الدوران

إذن صورة B هي F، صورة C هي النقطة G نظيرة E بالنسبة إلى O.

صورة D هي النقطة H نظيرة F بالنسبة إلى O.

نعلم أن صورة مربع بدوران هي مربع.

ينتج أن صورة المربع ABCD بهذا الدوران هي المربع EFGH

● **التمرين الرابع** (الهندسة في الفضاء - الكرة و الجلة - المقاطع المستوية) .....

1 • V_1 هو حجم النموذج المصغر و 0,3 هي نسبة التصغير

إذن $V_1 = 12 \times (0,3)^3$

$= 12 \times (0,027)$

$= 0,324$

ينتج أن حجم النموذج المصغر الأول هو $0,324\ cm^3$

الحلـول

2 • لتكن x هي نسبة التصغير الثاني.

لدينا $12 \times x^3 = 0,096$.

إذن $x^3 = \frac{0,096}{12} = 0,008 = \frac{8}{1000} = \frac{2^3}{10^3} = \left(\frac{2}{10}\right)^3$.

و بالتالي $x^3 = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = (0,2)^3$. و بالتالي $x = 0,2$ أي $x = \frac{1}{5}$

إذن **نسبة التصغير الثاني هي $\frac{1}{5}$**

● المسألة

لتكن x كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح (x بالأطنان).

لدينا $x = \frac{40}{100}\ x + 15 + 17,4$

أي $x = \frac{40}{100}\ x + 32,4$

أي $x - \frac{40}{10}\ x = 32,4$

نجد $\left(1-\frac{4}{10}\right) x = 32,4$

أي $\frac{3}{5}\ x = 32,4$

و بالتالي $x = 32,4 \times \frac{5}{3}$

أي $x = 54$.

ينتج أن **كمية القمح التي حصدها هذا الفلاح هي 54 طنا**

التمرين الأول

1 • بيّن أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال.

2 • احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768.

3 • اكتب الكسر $\frac{264}{768}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين الثاني

ABC مثلث

1 • أنشئ المثلث T_1 صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ و المثلث T_2 صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

2 • لاحظ أن T_2 هو صورة T_1 بانسحاب. حدد شعاع هذا الانسحاب.

التمرين الثالث

لاحظ الشكل المقابل. O هو مركز الدائرة و [AB] قطر لها.

M و N نقطتان من نفس نصف الدائرة.

I هي نقطة تقاطع القطعتين [AM] و [BN].

1 • اثبت أن $\overset{\frown}{AIN} = \overset{\frown}{MIB}$

2 • ما نوع كل من المثلثين IMB و INA؟

3 • برهن أن $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مبدؤه O.

لتكن f الدالة الخطية التي تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة B (4 ; 4).

g الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين A (0 ; 6) و D (2 ; -4).

1 • احسب معامل الدالة f ثم عين الدالة الخطية f .

2 • احسب معاملي الدالة g ثم عين الدالة التآلفية g .

3 • ارسم (d) و (T) في المعلم السابق.

المسألة

في متوسطة، بلغت نسبة النجاح 80 % من المترشحين لشهادة التعليم المتوسط.

• ما هو عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140؟

• ما هو عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104؟

الموضوع 20

● التمرين الأول (الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة)

1 • نبين أن الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال.

العدد 264 يقبل القسمة على 2

و العدد 768 يقبل كذلك القسمة على 2.

إذن العددان 264 و 768 يقبلان قاسما مشتركا يختلف عن 1.

و بالتالي العددان 264 و 768 ليسا أوليين فيما بينهما.

إذن **الكسر $\frac{264}{768}$ قابل للاختزال**

2 • حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768

نستعمل خوارزمية إقليدس.

لدينا $768 = 264\times2 + 240$ ؛ $264 = 240\times1 + 24$ ؛ $240 = 24\times10 + 0$

إذن **القاسم المشترك الأكبر للعددين 264 و 768 هو 24**

أي $pgcd\,(264\,;\,768) = 24$

3 • إختزال الكسر $\frac{264}{768}$.

لدينا $264 = 24\times11$ ؛ $768 = 24\times32$ إذن $\frac{264}{768} = \frac{24\times11}{24\times32} = \frac{11}{32}$

و بالتالي **الكسر غير القابل للاختزال و الذي يساوي $\frac{264}{768}$ هو $\frac{11}{32}$**

أي $\frac{264}{768} = \frac{11}{32}$

● التمرين الثاني (الأشعة و الانسحاب)

1 • لدينا $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$. إذن النقطة E هي نظيرة A بالنسبة إلى B.

بما أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CF}$ فإن ABFC متوازي الأضلاع.

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CJ}$. إذن النقطة J هي نظيرة B بالنسبة إلى C.

لدينا $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AI}$. إذن الرباعي BCIA متوازي الأضلاع.

و بالتالي T_1 هو المثلث BEF

و T_2 هو المثلث ICJ.

الحلـول

2 • بما أن T_1 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن ABC صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$.

و نعلم أن T_2 هو صورة ABC بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$.

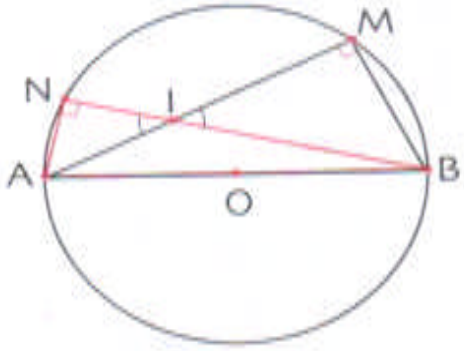
إذن T_2 هو صورة T_1 بالانسحاب الذي هو مركب الانسحابين السابقين

و شعاعه هو $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. بما أن الرباعي BCIA متوازي الأضلاع

فإن $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BI}$

إذن T_2 هو صورة T_1 بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BI}$

● **التمرين الثالث** (حساب المثلثات في المثلث القائم) .....



1 • الزاويتان $\widehat{MIB}$ و $\widehat{AIN}$ متقابلاتان بالرأس.

إذن $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$.

2 • الزاوية المحيطية $\widehat{AMB}$ تحصر نصف دائرة.

إذن $\widehat{AMB} = 90°$ أي $\widehat{IMB} = 90°$. إذن المثلث IMB قائم في M.

الزاوية المحيطية $\widehat{ANB}$ تحصر نصف دائرة كذلك.

إذن $\widehat{ANB} = 90°$ أي $\widehat{INA} = 90°$. و بالتالي المثلث INA قائم في N.

ينتج أن كل من المثلثين IMB و INA قائم

2 • في المثلث IMB، لدينا $\frac{BM}{IM} = \tan \widehat{MIB}$

و في المثلث NIA، لدينا $\frac{AN}{IN} = \tan \widehat{AIN}$.

و بما أن $\widehat{AIN} = \widehat{MIB}$ فإن $\tan \widehat{AIN} = \tan \widehat{MIB}$.

و بالتالي $\frac{AN}{IN} = \frac{BM}{IM}$

● التمرين الرابع (الدوال الخطية - الدوال التآلفية) .....

1 • تعيين معاملي الدالة f .

الدالة f معرفة كما يلي : $f(x) = ax$.

تمثيلها البياني (d) يشمل النقطة B (4 ; 4)

إذن $f(4) = 4$.

أي $a \times 4 = 4$.

إذن $a = 1$

و بالتالي الدالة الخطية f معرفة كما يلي : $f(x) = x$

2 • تعيين معاملي الدالة g .

الدالة g معرفة كما يلي : $g(x) = mx + p$

تمثيلها البياني (T) يشمل النقطتين A (0 ; 6) و D (2 ; -4).

إذن $g(0) = 6$ و $g(2) = -4$.

و بالتالي $m = \frac{g(2) - g(0)}{2 - 0} = \frac{-4 - 6}{2} = -5$ أي $m = -5$

لدينا $g(0) = 6$ إذن $-5 \times 0 + p = 6$

أي $p = 6$

لدينا $m = -5$ و $p = 6$

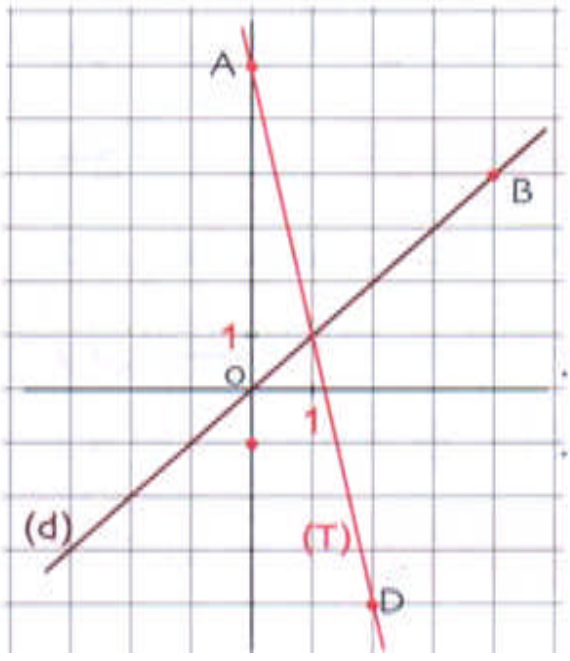
ينتج أن الدالة التآلفية g معرفة

كما يلي : $g(x) = -5x + 6$

3 • رسم (d) و (T)

(d) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين O و B.

(T) هو المستقيم الذي يشمل النقطتين A و D.



الحلـول

● المسألة

• حساب عدد الناجحين إذا كان عدد المترشحين هو 140 في هذه المتوسطة.

ليكن x عدد الناجحين.

لدينا $x = \frac{80}{100} \times 140$

أي $x = 112$

و بالتالي عدد الناجحين هو 112 إذا كان عدد المترشحين هو 140

• حساب عدد المترشحين إذا كان عدد الناجحين هو 104.

ليكن y عدد المترشحين.

لدينا $\frac{80}{100}\ y = 104$

إذن $y = \frac{104 \times 100}{80}$

أي $y = 130$

و بالتالي عدد المترشحين هو 112 إذا كان عدد الناجحين هو 104

فهرس المحتويات

- الرمز 7 3 يعني الموضوع السابع (7) – التمرين الثالث (3).
- الرمز 15 5 يعني الموضوع الخامس عشر (15) – المسألة.

المحتويات		رقم الموضوع و طبيعته					
الأنشطة العددية	الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة	1 1	2 1	6 1	7 5	9 5	11 1
		13 5	14 1	15 5	20 1		
	الحساب الحرفي – المتطابقات الشهيرة	1 2	3 1	10 1			
	الجذور التربيعية	1 3	5 1	6 2	9 1	15 2	16 1
	المعادلات و المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد	2 2	4 1	7 1	8 5	11 5	12 1
		12 5	14 1	17 1	18 1	19 1	
	جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين	2 5	3 2	5 5	6 5	8 1	10 5
		11 2	12 5	13 5	14 2	16 5	17 5
		18 5					
تنظيم المعطيات	الدوال الخطية – التناسبية	1 5	3 5	4 2	4 5	5 3	7 2
		15 4	17 2	19 5	20 5		
	الدوال التآلفية	2 3	5 3	8 2	10 4	11 3	12 3
		13 3	15 4	16 2	19 2	20 5	
	الإحصاء	4 3	5 2	9 3	14 4	16 4	
الأنشطة الهندسية	خاصية طالس	1 4	9 4	14 3			
	حساب المثلثات في المثلث القائم	2 4	6 3	7 3	8 3	18 3	20 3
	الأشعة و الانسحاب	11 4	15 1	16 3	18 4	20 2	
	المعالم	3 3	5 4	7 4	8 4	10 3	13 2
		15 3	18 2				
	الدوران – الزوايا و المضلعات المنتظمة	3 4	4 4	6 4	10 2	17 3	19 3
	الهندسة في الفضاء – الكرة و الجلة المقاطع المستوية	12 4	13 4	17 4	19 4		

جدول اختبارات شهادة التعليم المتوسط

الاختبار	المدة	المعامل
لغة عربية	ساعتان	5
لغة أمازيغية	ساعة و نصف	2
لغة فرنسية أو اللغة الأجنبية الأولى	ساعتان	3
لغة إنجليزية أو اللغة الأجنبية الثانية	ساعة و نصف	2
رياضيات	ساعتان	4
تربية إسلامية	ساعة	2
تاريخ و جغرافيا	ساعة و نصف	3 (1+2)
تربية مدنية	ساعة	1
علوم الطبيعة و الحياة	ساعة و نصف	2
علوم فيزيائية و تكنولوجيا	ساعة و نصف	2
تربية بدنية و رياضية		1
تربية تشكيلية أو تربية موسيقية	ساعة و نصف	تضاف النقاط التي تزيد على العشرة إلى المجموع قبل حساب المعدل
مجموع المعاملات		27

ملاحظة : تجرى اختبارات التربية البدنية و الرياضية، التربية الموسيقية و التربية التشكيلية قبل تاريخ الامتحان. تحدد تواريخ و كيفية إجرائها عن طريق مناشير خاصة.